ARITHMETICA
COMPLEMENTAR

Para os Cursos Primario Complementar, Normal e Commercial

Completa e desenvolvida contendo tambem as noções necessarias para a resolução de pequenos problemas pelas equações algebricas e um grande numero de exercicios e problemas

POR

TITO CARDOSO DE OLIVEIRA

Lente Cathedratico da Escola Pratica de Commercio do Pará e auctor da Arithmetica rudimentar, da Geometria primaria, das Taboadas uteis e da collecção de cadernos de exercicios graduados para os cursos elementar e complementar do ensino primario

VIII EDIÇÃO

LIVRARIA ESCOLAR E CASA EDITORA

DE

PORTO DE OLIVEIRA

Travessa Campos Salles, 21

BELEM—PARÁ

PREFACIO

(Da 4.ª edição)

Apologista do methodo que manda incluir no estudo da Arithmetica primaria algumas noções necessarias para a resolução de pequenos problemas, pelas equações algebricas, sem, entretanto, fazer se um estudo directo de Algebra, resolvemos adaptar á nossa «*Arithmetica Complementar*» este vantajoso methodo, que embora não se lhe queira reconhecer as muitas vantagens que trará ao ensino, não se lhe poderá negar o grande serviço que prestará ás creanças, desenvolvendo-lhes a intelligencia e acostumando-as a raciocinar com methodo

Habituemos os alumnos ao emprego da letra x, para representar o valor desconhecido em suas operações ou problemas arithmeticos como ja fazemos no estudo das proporções, regra de 3 etc., sem lhes falar em Algebra; os façamos praticar com as propriedades das operações fundamentaes, quer com algarismos sómente como com estes e a letra x, com o que já estão tambem mais ou menos familiarisados desde que estudaram as provas reaes das operações fundamentaes; exercitemos-lhes nas transformações e operações sobre fracções ordinarias, operações com parenthesis etc., ora com algarismos somente e ora com estes e a letra x, estudemos finalmente, com elles todas as transformações que uma egualdade pode e deve passar para ser resolvida, e lhes teremos dado todos os conhecimentos para a resolução das equações algebricas do 1.º gráo a uma incognita, tornando-os, portanto, aptos a resolverem os problemas por este processo sem que se lhes tenha falado em Algebra, nem feito um estudo directo sobre esta materia.

Por outro lado, o methodo que adoptamos obrigará aos exercicios mentaes e racionaes, que será poderoso elemento para o desenvolvimento do espirito e da intelligencia das creanças; que graças a elle irão encontrar muito mais facilidade na comprehensão de seus estudos superiores.

Parâ—1919

Tito Cardoso de Oliveira

ARITHMETICA COMPLEMENTAR

Preliminares

Mathematica é a sciencia que tem por objecto a medida indirecta das grandezas.

Grandeza é tudo que é susceptivel de augmento ou diminuição.

As grandezas dividem-se em **mensuraveis** e **immensuraveis**.

Grandezas mensuraveis são as que podem ser medidas; exemplo: uma peça de corda, uma vara, etc.

Grandezas immensuraveis são as que não podem ser medidas materialmente; exemplo: o talento, a virtude, etc.

As grandezas *mensuraveis* subdividem-se em **continuas** e **descontinuas**.

Grandezas continuas são as que têm as partes intimamente ligadas entre si; exemplo: uma peça de panno, uma folha de papel, etc.

Grandezas descontinuas são as que têm as partes separadas umas das outras; exemplo: um batalhão, uma ruma de livros, etc.

Quantidade é a grandeza depois de medida; exemplo: 50 laranjas, 4 metros de corda, etc.

As *quantidades* podem ser *homogeneas* ou *hecterogeneas.*

Quantidades homogeneas são as da mesma especie; exemplo: 10 mezas, 5 mezas, 8 mezas, etc.

Quantidades hecterogeneas são as de especies differentes; exemplo: 4 cadeiras, 3 chapéos, etc.

Unidade é a grandeza conhecida que serve de termo de comparação na medida das grandezas.

A unidade pode ser *arbitraria* ou *determinada*.

A unidade é arbitraria nas medidas das grandezas continuas; é *determinada* na medida das grandezas descontinuas.

Numero é o resultado da comparação da grandeza com a unidade.

Na medida das grandezas, o numero pode ser *inteiro*, *fracção* ou *mixto*.

Numero inteiro é o que se compõe de unidades inteiras 2, 4, 10, etc.

Fracção é o que consta de partes da unidade:

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{1}{3}$$

Numero mixto é o que consta de inteiros e fracção:

$$3\frac{3}{7} \quad 9\frac{4}{5} \quad 2\frac{3}{8} \quad \text{etc.}$$

O numero, conforme os algarismos que o representam, é *simples* ou *composto*.

Numero simples é o que é representado por um só algarismo, 1, 4, 9, etc.

Numero composto é o que se representa por dois ou mais algarismos: 15, 349, etc.

O numero, conforme a sua terminação é *par* ou *impar*.

Numero par é o que termina em 0, 2, 4, 6, ou 8.

Numero impar é o que termina em 1, 3, 5, 7 ou 9.

Arithmetica é a parte da mathematica que estuda as propriedades dos numeros e ensina a affectuar operações sobre elles

---

Numeração

Numeração é a parte da arithmetica que ensina a enunciar todos os numeros por meio de um pequeno numero de palavras ou signaes.

A numeração divide-se em *escripta* e *falada*.

Numeração escripta é a que ensina a escrever os numeros com um pequeno numero de signaes

Numeração falada é a que ensina a dar nome a todos os numeros com um pequeno numero de palavras.

Algarismos são os signaes com que se escrevem os numeros, e são:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Os algarismos têm dois valores: *absoluto* e *relativo*.

Valor absoluto é o valor que os algarismos têm por si mesmos.

Valor relativo é o valor que o algarismo passa a ter conforme a ordem que occupa.

O zero não tem valor algum e serve para prehencher as casas onde não houver algarismos para escrever.

Base do systema de numeração é o numero de unidades de uma ordem com que se forma uma unidade da ordem immediatamente superior.

A base do systema geralmente usado é 10; e por isso chama-se **decimal**; formando-se as unidades de cada ordem pelo modo seguinte:

Formação das unidades no systema decimal

Sendo cada unidade de uma ordem formada por 10 unidades da ordem immediatamente inferior, resulta que:

Dez unidades simples	formam	uma	**dezena.**
Dez dezenas	—	—	**centena.**
Dez centenas	—	—	**unidade de milhar.**
Dez unidades de milhar	—	—	**dezena de milhar.**
Dez dezenas de milhar	—	—	**centena de milhar.**
Dez centenas de milhar	—	—	**unidade de milhão.**
Dez unidades de milhão	—	—	**dezena de milhão.**
Dez dezenas de milhão	—	—	**centena de milhão.**
Dez centenas de milhão	—	—	**unidade de bilhão.**

E assim por deante.

ORDEM DAS UNIDADES

Em um numero dado, o logar occupado por cada algarismo chama-se uma *casa* ou *ordem*; e a reunião de tres ordens, contadas da direita para a esquerda, formam *classes*, com as seguintes denominações:

1ª ordem	Unidades		
2ª —	Dezenas	}	*Classe simples 1ª*
3ª —	Centenas		
4ª —	Unidades		
5ª —	Dezenas	}	*Classe dos milhares 2ª*
6ª —	Centenas		
7ª —	Unidades		
8ª —	Dezenas	}	*Classe dos milhões 3ª*
9ª —	Centenas		

Etc., etc.

ESCRIPTA DOS NUMEROS

Os algarismos são representados pelos algarismos arabicos, escriptos em linha horisontal e obedecendo á seguinte:

REGRA—Para escrever um nnmero, começa-se da esquerda para a direita, occupando as casas de cada classe com os algarismos correspondentes e preenchendo com zeros as casas ou classes onde não houver algarismos para escrever.

EXEMPLO

Escrever o numero: Quinhentos e oitenta milhões, novecentos e sete mil e trezentos e quarenta dois.

Escrevendo-se da esquerda para a direita, pondo cada algarismo na sua ordem respectiva e preenchendo com zeros as casas onde não ha algarismos para escrever, tem-se...............

Centenas	Dezenas	Unidades	Centenas	Dezenas	Unidades	Centenas	Dezenas	Unidades
5	8	0	9	0	7	3	4	2
milhões			milhares			simples		

EXERCICIOS

Escrever os numeros:

Sete milhões quatro mil e cinco unidades.
Trezentos e cincoenta mil e quinze unidades.
Oitenta milhões, trinta e cinco mil, quinhentas e desoito unidades,
Seis milhões e trinta e nove unidades.

LEITURA DOS NUMEROS

Tendo a numeração falada nos ensinado a dar um nome a cada valor que o algarismo representa, conforme a ordem que occupa, lê-se um numero de accordo com a seguinte

REGRA—Para ler um nnmero, separa-se este em classes

de tres algarismos, da direita para a esquerda, não importando que a ultima classe á esquerda, fique com um ou dois algarismos sómente.

Lê-se, depois, da esquerda para á direita, dando-se a cada algarismo o seu valor relativo e a cada classe a sua denominação.

EXEMPLO

Seja o numero 854320937.

Separando-se o numero em classes de tres algrismos, da direita para a esquerda, tem-se: 854.320.937 que se lê: *oitocentos e cincoenta e quatro milhões, tresentos e vinte mil novecentas e trinta e sete unidades.*

EXERCICIOS

Lêr os numeros:

743900405	27309	934570503
300785400	50004	804905302

NUMERAÇÃO DE QUANTIAS

Quantia é qualquer importancia em dinheiro. Na numeração de quantias brasileiras, a unidade é o *real* que forma o plural — réis.

O real é a nossa menor quantia. Não se divide nem temos moeda que o represente.

Os multiplos do real na numeração falada de quantias recebem os seguintes nomes:

Vintem	que	vale				20 reis
Tostão	»	»	5	vintens ou		100 »
Pataca	»	»	16	»	»	320 »
Cruzado	»	»	20	»	»	400 »
Conto	»	»	50000	»	»	1.000.000 »

As denominações *Pataca* e *Cruzado* já são pouco usadas

Na numeração escripta de quantias, a primeira classe é de *reis;* a segunda, de *mil reis;* a terceira de *conto;* a quarta, de *milhar de conto*, etc.

Na numeração escripta de quantias além do 0 e dos algarismos de 1 a 9, tambem se emprega o signal $ que se lê cifrão.

O Cifrão ($) serve para, collocado entre a primeira e a segunda classe, substituir o nome que se deveria escrever depois do numero.

Assim **52$000** é o mesmo que escrever-se **52.000** reis
36$000 — — — — **36.000** —
145$000 — — — — **145.000** —

O **cifrão** faz tambem prescendir-se de escrever a classe de reis, quando esta tem de ser representada por zeros.

Escrever-se **54$** é o mesmo que escrever **54$000**
— **120$** — — — — **120$000**

As operações sobre numeros que representam quantias, em nada differem das operações sobre numeros abstratos e concretos; e, por isso, as regras são as mesmas.

As moedas usadas no Brasil são os seguintes:

MOEDAS BRASILEIRAS

Em cobre	10 reis 20 » 40 »	Em prata	500 reis 1$000 2$000	Em cedulas	50$000 100$000 200$000 500$000
Em nikel	20 reis 50 » 100 » 200 » 400 »	Em cedulas	1$000 2$000 5$000 10$000 20$000	Em ouro	10$000 20$000

NUMERAÇÃO ROMANA

Na **numeração romana**, os numeros são representados por sete lettas maiúsculas do nosso alphabeto tendo cada uma dellas um valor convencionado:

I	V	X	L	C	D	M
um	cinco	dez	cincoenta	cem	quinhentos	mil

Quatro destas letras — I, X, C e M — representam uma unidade de cada ordem até *mil*.

I vale uma unidade ou **um**
X » » dezena » **dez**
C » » centena » **cem**
M » » milhar » **mil**

As outras tres — V, L e D — representam a reunião de cinco unidades de cada ordem:

V vale cinco unidades ou **cinco**
L » » dezenas » **cincoenta**
D » » centenas » **quinhentos**

A numeração romana obedece ás seguintes regras:

1.ª *REGRA — Cada uma das letras I, X, C e M, pode ser repetida duas ou tres vezes para designar a reunião de duas ou tres unidades da ordem que cada uma representa.*

I	vale	Um	C	vale	Cem
II	"	Dois	CC	"	Duzentos
III	"	Tres	CCC	"	Trezentos
X	"	Dez	M	"	Mil
XX	"	Vinte	MM	"	Dois mil
XXX	"	Trinta	MMM	"	Tres mil

2.ª *REGRA — Quando uma letra está escripta á esquerda de outra de maior valor, subtrahe-se desta o numero de unidades que aquella representa.*

EXEMPLOS

A letra I escripta antes de V ou de X diminue uma unidade no valor destas.	IV quatro	IX nove
A letra X escripta antes de L ou de C diminue dez unidades no valor destas.	XL quarenta	XC noventa
A letra C escripta antes de D ou de M diminue cem unidades no valor destas.	CD quatrocentos	CM novecentos

3.ª REGRA — Quando qualquer letra vem seguida de outras cujos valores são menores que o seu, o numero que representa é igual á somma dos valores de todas ellas.

EXEMPLOS

VI = 5 + 1 ou seis
CX = 100 + 10 ou cento e dez
LV = 50 + 5 ou cincoenta e cinco

CXI = 100 + 10 + 1 ou cento e onze
MVI = 1000 + 5 + 1 ou mil e seis
MXI = 1000 + 10 + 1 ou mil e onze

4.ª REGRA — Um pequeno traço horizontal sobre uma letra multiplica por 1000 o valor desta letra.

EXEMPLOS

$\overline{C}$	$\overline{CC}$	$\overline{D}$	$\overline{M}$
Cem mil	Duzentos mil	Quinhentos mil	Um milhão

EXERCICIOS

Lêr os numeros:

DCC	MCXI	CCXIX	CDXIV
XCIX	DCXII	XCVIII	MMXXV

Representação dos numeros de 1 até 100

I . . . vale . .	**1**	XVIII . . vale . .	18
II . . . » . .	2	XIX . . » . .	19
III . . . » . .	3	**XX** . . » . .	**20**
IV . . . » . .	4	XXI . . » . .	21
V . . . » . .	5	**XXX** . . » . .	**30**
VI . . . » . .	6	XXXI . . » . .	31
VII . . . » . .	7	**LX** . . » . .	**40**
VIII . . . » . .	8	XLI . . » . .	41
IX . . . » . .	9	**L** . . » . .	**50**
X . . . » . .	**10**	LI . . » . .	51
XI . . . » . .	11	**LX** . . » . .	**60**
XII . . . » . .	12	LXI . . » . .	61
XIII . . . » . .	13	**LXX** . . » . .	**70**
XIV . . . » . .	14	LXXI . . » . .	71
XV . . . » . .	15	**LXXX** . . » . .	**80**
XVI . . . » . .	16	**XC** . . » . .	**90**
XVII . . . » . .	17	**C** . . » . .	**100**

Os algarismos Romanos, já quasi absolutamente em desuso, são ainda empregados nos relogios, para indicar as horas: nos prefacios e capitulos de livros servem para designar os numeros de ordem.

NUMEROS DE ORDEM

I	Primeiro	XI	Decimo primeiro
II	Segundo	XX	Vigésimo
III	Terceiro	XXX	Trigésimo
IV	Quarto	XL	Quadragésimo
V	Quinto	L	Quinquagésimo
VI	Sexto	LX	Sexagésimo
VII	Setimo	LXX	Septuagésimo
VIII	Oitavo	LXXX	Octogésimo
IX	Nono	XC	Nonagésimo
X	Decimo	C	Centésimo

Algumas vezes os numeros de ordem já não são representados pelos algarismos romanos e sim pelos algarismos arabicos tendo ao alto da sua direita uma pequena letra.

EXEMPLO

Primeiro que se poderá escrever I ou 1.º
Quinto — — — — V — 5.º
Setimo — — — — VII — 7.º

e assim por diante.

Alguns auctores já designam os seus capitulos, escrevendo os numeros de ordem por extenso: "Capitulo Primeiro". "Capitulo Decimo", etc. Já mesmo em alguns relogios as horas são designadas com algarismos arabicos.

Signaes Arithmeticos

Os signaes usados na arithmetica para indicar as operações ou relações existentes entre as quantidades são os seguintes:

Operações	Signal de addição	$+$	que se lê:	**mais**
	— subtracção	$-$	—	**menos**
	— multiplicação	$\times$	—	**multiplicado por**
	— divisão	$\div$	—	**dividido por**
	— radiciação	$\sqrt{}$	—	**raiz quadrada**
	— radiciação	$\sqrt[3]{}$	—	**raiz cubica**
Relações	— razão	$:$	—	**está para**
	— proporção	$::$	—	**assim como**
	— igualdade	$=$	—	**igual a**
	— desigualdade	$>$	—	**maior do que**
	— desigualdade	$<$	—	**menor do que**

O signal de $\times$ tambem se lê: **vezes**.

Emprego da letra X nos problemas arithmeticos

Convenções

Em todos as operações a effectuar-se, bem como em todas as questões ou problemas arithmeticos a resolver-se, ha sempre, pelo menos, um numero ou uma quantidade desconhecida, cujo valor se tem de procurar, ou effectuando a operação ou resolvendo a questão ou problema.

Tratando-se das operações, se tem: na addição, as parcellas para encontrar-se a somma: $4+3=?$; na subtracção, o subtrahendo e o subtractor para se determinar o resto: $8-3=?$; na multiplicação, os factores para achar-se o producto: $3\times 8=?$; na divisão, o dividendo e o divisor para encontrar-se o quociente: $12\div 4=?$

O mesmo acontece nas proporções quando são dados 3 termos para encontrar-se o quarto: $4:5::8:x$; nas regras de 3, de juros, etc., onde se tem elementos conhecidos, para determinar-se o desconhecido; e assim por diante.

D'ahi a necessidade de usar-se de um signal qualquer para representar o valor da quantidade ou elemento desconhecido, sempre que tivermos de mencionar, pela escripta, uma operação a effectuar-se ou uma questão ou problema a resolver-se. E, a exemplo do que já fazemos nas proporções, que usamos da letra x para determinar o valor da quantidade desconhecida, façamos a primeira convenção:

1. **Convenção** — *Todo numero ou quantidade desconhecida que se tiver de mencionar em uma operação a effectuar-se ou em um problema a resolver-se, será representado pela letra X.*

A letra X, portanto, em nossos estudos, não será mais que um signal para representar o desconhecido, cujo valor, depois de encontrado, a substituirá.

EXEMPLO

Operações a effectuar se	Operações effectuadas
$4+3+5=x$	$4+3+5=12$
$12-8=x$	$12-8=4$
$6\times 9=x$	$6\times 9=54$
$15\div 5=x$	$15\div 5=3$

Conforme a questão a resolver-se, a letra x, representando o desconhecido, poderá indicar uma, duas, tres vezes etc. o seu valor; e, para isto terá antes de si um numero que indique quantas vezes o valor desconhecido está representado por x. Assim:

$2x$ indica duas vezes o valor desconhecido
$3x$ — tres — — —
$4x$ — quatro — — — etc.

Quando a letra x representa uma só vez o valor desconhecido, não se deve escrever antes d'ella o numero 1, ficando este subentendido. Dahi a segunda convenção:

2.ª Convenção *Toda vez que a letra x, representando o valor desconhecido, não tiver antes de si um numero qualquer, ficará subentendido o numero 1.*

Ex: Escrever x é o mesmo que escrever $1x$

Do mesmo modo que dizendo-se, por exemplo, 8 lapis fica subentendida a multiplicação 8×1 lapis, ou de 1 lapis$\times8$ sem que haja entre o numero 8 e palavra lapis, signal algum que indique a multiplicacão, assim tambem quando dissermos, por exemplo, $8x$ ficará subentendida a multiplicação $8\times1x$ ou $1x\times8$, sem que haja necessidade de escrever-se entre o numero e a letra x signal algum para indicar a multiplicação. D'ahi a terceira convenção:

3.ª Convenção. *Entre a letra* x *e o numero que a precede subentende-se sempre o signal de multiplicar* ($\times$)

Ex.: Escrever $8x$ é o mesmo que escrever-se $8\times1x$ ou $1x\times8$

Pelo que fica dito se verifica que a letra x não sendo, em nossos estudos, mais do que um signal para representar o desconhecido, as operações em que ella figura como parte, não são effectuadas directamente com ella e sim com os numeros que a precedem.

EXEMPLO

Quando effectuamos a operação $5x+x=6x$, este valor 6 representa a somma do numero 5 que precede x na primeira parcella, com o numero 1 que está subentendido antes d'ella na segunda parcella.

Operações

Operação é o modo de combinar os numeros, compondo-os ou decompondo-os. Dividem-se as operações em **directas** e **inversas**.

Operações directas são as que compõem os numeros.

Operações inversas são as que decompõem os numeros.

São seis as operações de que se occupa a Arithmetica: **Addição**, **Subtracção**, **Multiplicação**, **Divisão**, **Potenciação**, e **Radiciação** destas, a addição, a multiplicação, e potenciação são **directas**;— a subtracção, a divisão e a radiciação são **inversas**.

Operações fundamentaes (*)

Operações fundamentaes são as que servem de base a todos os calculos: **Addição, Subtração, Multiplicação** e **Divisão**.

Estas operações resolvem os seguintes casos:

1.º Dados dois ou mais numeros, achar a somma... Addição
2.º — — — — a differença Subtracção
3.º — — — — o producto.. Multiplicação
4.º — — — — quantas vezes o maior contem o menor.......................... Divisão

Addição

Addição é a operação que tem por fim reunir dois ou mais numeros em um só.

Os numeros que se addicionam chamam-se: **parcellas**.

O resultado da operação chama-se: **somma**.

Para se praticar uma addição, observa-se a seguinte.

REGRA GERAL—Para se effectuar uma addição, escreve-se as parcellas umas debaixo das outras, de modo que as unidades da mesma ordem fiquem em columna e sommam-se da direita para a esquerda. Se a somma de uma columna não for superior a nove esereve-se o resultado debaixo della; mas se exceder de 9, formam-se unidades do valor da columna seguinte, para com ella sommarem-se, escrevendo-se somente debaixo daquella columna as unidades que sobrarem.

EXEMPLOS

```
34859        42625
 2467         3492
12353         8732
24268        25281
-----        -----
73947        80130
```

(*) Já estando sufficientemente estudadas em nossa Arithmetica Rudimentar as quatro operações fundamentaes, occupar-nos-emos agora somente do que houver de principal sobre as mesmas.

EXERCICIO

Effectuar as seguintes addições:

$4625 + 35769 + 82 + 9426 + 535$
$43962 + 3 + 84537 + 1265$
$94325 + 8532 + 93850 + 4005$

Provas das operações fundamentaes

Prova é a operação que se pratica sobre uma outra operação já effectuada para se verificar a sua exactidão.

As provas mais usadas são: **real** e **dos noves**.

A **prova real** consiste em obter por meio de uma operação differente o mesmo resultado obtido por outra operação effectuada.

A **prova dos noves** consiste em, lançando fóra os noves nos termos de uma operação e no seu resultado, achar o mesmo resto.

Tira-se os noves de um numero qualquer sommando-se os valores absolutos de seus algarismos dois a dois. e dispensando-se em cada somma os noves. para sommar-se o resto com o algarismo seguinte.

EXEMPLO

Tirar os noves do numero: 8778

Sommando-se os dois primeiros algarismos, acha-se: $8 + 7 = 15$. Subtrahindo 9 da somma 15, tem-se: $15 - 9 = 6$.

Sommando-se o resto 6 ao terceiro algarismo (7), acha-se $6 + 7 = 13$. Subtrahindo-se 9, da somma 13, tem-se: $13 - 9 = 4$.

Sommando-se o resto 4 com o qnarto algarismo do numero, acha-se $4 + 8 = 12$. Subtrahindo 9 desta somma 12, tem-se: $12 - 9 = 3$.

O resnltado 3 será o resto do numero 8778, depois de tirados os noves.

Praticamente tiram-se os noves de um numero dizendo-se assim: 8 e 7 são 15, noves fóra 6; e 7 são 13, noves fóra 4; e 8 são 12, noves fóra 3.

EXERCICIOS

Tirar os noves aos numeros:

3456	35487	343287	578326
2951	26352	510345	324578

A prova dos noves nem sempre é verdadeira. Em alguns casos esta prova dá a operação como certa, quando realmente não está.

EXEMPLOS

Operação certa

458		
266	4	Resto das parcellas.
724	4	Resto da somma.

Operação errada

458		
266	4	Resto das parcellas.
742	4	Resto da somma.

Como se verifica nos exemplos acima. a **prova dos noves** dá como certas ambas as operações, quando a segunda está visivelmente errada. Como, porem, este inconveniente não é muito commum, e só se realiza quando o erro commettido é de 9 ou multiplo de 9 esta prova ainda é bastante usada, principalmente no commercio, razão pela qual nos occupamos della tambem.

PROVAS DA ADDIÇÃO

PROVA REAL

REGRA—Separa-se uma das parcellas e sommam-se as restantes. Subtrahe-se a segunda somma da primeira e, se o resto for igual á parcella separada, a operação estará certa.

126	Parcella separada para a 2ª somma.
235	Parcellas da 2ª somma.
428	
789	Somma das 3 parcellas.
663	Somma das 2 parcellas.
126	Resto das duas sommas.

A operação está certa porque o resto da subtracção das sommas é igual á parcella separada.

PROVAS DOS NOVES

REGRA—Tiram-se os noves das parcellas e o resto escreve-se a direita da operação. Tiram-se depois os noves da somma e o resto escreve-se tambem á direita. Se os dois restos forem iguaes, a operação estará certa.

237		
548	2	Resto das parcellas
36	2	Resto da somma.
821		

Tirando os noves das parcellas, acha-se o resto 2 que se escreve sobre um traço á direita da operação.

Tirando-se os noves da somma, encontra-se o resto 2, que se escreve debaixo do mesmo traço.

A operação está certa porque os dois restos são iguaes.

EXERCICIOS

Verificar a exactidão, pelas duas provas, das seguintes operações:

1245	468	5385	459
3952	539	6953	327
4737	273	8426	851
9934	1280	20764	1637

SYSTEMA ESPECIAL PARA EFFECTUAR AS GRANDES ADDIÇÕES

Na pratica das grandes operações de addição, isto é, nas operações em que entram muitas parcellas e todas estas com grandes numeros de algarismos, são muito communs os enganos e as atrapalhações. que obrigam muitas vezes, por simples descuidos, a voltar-se novamente ao começo da operação quando esta já vae em meio ou está quasi a finalisar-se.

O systema especial que passamos a expor, evita estes inconvenientes, visto como, a operação poderá ser interrompida em qualquer altura, sem ter-se mais que voltar ao principio.

Para se praticar uma addição pelo systema especial, segue-se a regra seguinte:

REGRA—Sommam-se cada columna vertical, separadamente, e escreve-se a parte os respectivos resultados. Sommam-se depois os resuldados de todas as columnas verticaes e o resultado será a somma total procurada.

EXEPMLOS

REGRA GERAL

46395
38472
5684
57237
95431
———
243219

REGRA ESPECIAL

Somma das unidades..................	19
— — dezenas..................	30
— — centenas..................	19
— — milhares..................	31
— — unidades de milhares..	21
Effectuando-se a somma, acharemos...	243219

EXERCICIOS

Effectuar pelo systema especial as seguintes operações:

53847	573954	57834	635409
95683	906321	9492	21987
2970	8439	75304	345802
57832	75043	85079	173457
95403	874329	73210	789567

PRINCIPIOS DA ADDIÇÃO

1.° Principio—A ordem das parcellas não altera a somma

EXEMPLOS

De facto se effectuarmos a addição dos numeros 5, 4 e 3, os pondo em ordens differentes, o resultado será sempre o mesmo.

5	4	3
4	3	5
3	5	4
12	12	12

Se as parcellas em vez de serem representadas por numeros abstractos, fossem representadas por quantidades conhecidas, os resultados seriam os mesmos

4 lapis	5 lapis
5 »	4 »
9 lapis	9 lapis

Se as parcellas fossem representadas por quantidades desconhecidas, verificar-se-ia ainda os mesmos resultados

$3x$	$4x$
$4x$	$3x$
$7x$	$7x$

2.° Principio—Só se pode sommar quantidades da mesma especie.

EXEMPLOS

Se forem todas as parcellas quantidades conhecidas, sommaremos e chegaremos ao resultado:

5 livros + 3 livros = 8 livros

Se forem todas as parcellas desconhecidas, tambem poderemos sommar e acharemos

$8x+3x+4x=15x$

Se as parcellas porém, indicarem quantidades de especies differentes, não se poderá sommar; e para resultado tomaremos as mesmas parcellas.

EXEMPLOS

Se as parcellas representarem quantidades conhecidas, porem diffentes, não poderemos effectuar a somma, e o resultado serão as mesmas parcellas

4 lapis + 3 penas = 4 lapis + 3 penas

Se umas parcellas determinarem quantidades conhecidas e as outras indicarem quantidades desconhecidss, tambem não sommaremos e os resultados serão as mesmas parcellas.

5 lapis $+3x=$ 5 lapis $+3x$

Quando em uma somma de muitas parcellas appresentam-se diversas parcellas conhecidas e diversas desconhecidas, applica-se a seguinte

REGRA—Sommam-se as parcellas conhecidas, depois as desconhecidas, separadamente, e escreve-se um resultado depois do outro ceparados pelo signat mais (+).

EXEMPLO

Effectuar a somma: 4 livros $+3x+5+2x+2$ livros $+8x+6$

Sommando-se as quantidades de livros, teremos: 4 livros + 2 liv. = 6 livros

— — — x — $3x+2x+8x=13x$

— os numeros abstratos — $5+6=11$

Escrevendo-se os resultados uns depois dos outros, por não poderem ser sommados resultará:

6 livros $+13x+11$

EXERCICIOS

4 lapis $+2x+3x+3$ lapis

$5+2x+7x+3+2$

$7x+4+3x+2$

$3+5+2+x+4$

$8+3+4+5x$

$5x+3x+5+x$

PROPRIEDADE DA ADDIÇÃO

Qualquer parcella de uma somma é igual á differença entre a somma total e a somma das outras parcellas.

EXEMPLOS

$5+3=8$

Se procurarmas a differença entre a somma total (8) e a primeira prcella (5), teremos para resultado 3, que é a segunda parcella.

$8-5=3$

Se determinarmos a differença entre a somma total (8) e a segunda parcella (3), virá para resultado a primeira parcella 5.

$8-3=5$

$2+4+3=9$

Se procurarmos a differença entre a somma total (9) e a somma das primeira e segunda parcellas, o resultado será a terceira parcella (3).

$9-(2+4)=3$

Procedendo identicamente com a somma das primeira e terceira parcellas, o resultado será 4, que representa a segunda parcella

$9-(2+3)=4$

Praticando ainda de igual modo com a somma das segunda e terceira parcellas, o resultado será a que representa a primeira parcella

$9-(4+3)=2$

Baseados nesta propriedade podemos deduzir d'ella a seguinte

REGRA—Uma parcella desconhecida é igual á somma total menos a parcella conhecida ou menos a somma das parcellas conhecidas

Representando por x a parcella desconhecida, teremos os seguintes

EXEMPLOS

$x+4=6$

Applicando a regra: a parcella desconhecida (x) é igual á somma total (6) menos a parcella conhecida (4), teremos:

$x=6-4$ ou $x=2$

Substituindo, no exemplo dado x pelo seu valor encontrado, (2) para verificar a exactidão da igualdade, teremos:

$2+4=6$

$5+x+3=12$

Applicando a regra que a parcella desconhecida (x) é igual á somma total (12) menos a somma das parcellas conhecidas (5+3), teremos:

$x=12-8$ ou $x=4$

Substituindo, no exemplo dado, x pelo valor encontrado (4), para verificar a exactidão da igualdade, resultará:

$5+4+3=12$

EXERCICIOS

$x+3=8$ .... Resp. $x=5$

$2+5+x=30$...... „ $x=23$

$4+3+x=12$...... „ $x=?$

$5+4+x=20$...... „ $x=?$

$3+x+9=16$........ Resp. $x=?$

$2+5+3+x=24$.... „ $x=?$

$3+x+2+4=30$.... „ $x=?$

$5+7+x=15$........ „ $x=?$

Depois de bem exercitado o alumno na applicação da propriedade de que acabamos de tratar, o professor deverá dar-lhe pequenos e faceis problemas que tenham *exclusivamente*, relação com ella, fazendo o alumno raciocinar sobre elles, graphal-os e resolvel-os.

EXEMPLOS

Problema—O numero de pennas que tem Pedro sommado com as 6 pennas de Joaquim perfáz um total de 20 pennas. Quantas pennas tem Pedro?

MENTAL

Se o total de 20 pennas representa a reunião das pennas de Pedro com as 6 pennas de Joaquim, é claro que se separarmos das 20 as 6 de Joaquim, sobrarão as pennas de Pedro.

E, como 20—6=14 este numero será a resposta do problema;

—Pedro tem 14 pennas.

GRAPHICO

Representando por x o numero de pennas de Pedro, que nos é desconhecido, e sommando este valor com 6 pennas de Joaquim perfaz o total de 20, e teremos:

$$x+6=20$$

E como uma parcella desconhecida é igual á somma total menos a parcella conhecida, resultará:

$$x=20-6 \text{ ou } x=14$$

PROBLEMAS (*)

1—Se reunirmos os 10 lapis de Maria aos lapis que Laura tem, ficaremos com 27 lapis. Quantos lapis tem Laura?—Resp. 17.

2—Se á edade de João sommarmos mais 6 annos elle ficará com 18 annos. Que edade tem João?—Resp. 12.

3—Se aos figos que estão no cesto reunirmos os 10 figos que estão na mesa, ficaremos com 30 figos. Quantos figos estão no cesto?—Resp. 20.

4—Julio com mais 7 annos terá 21 annos. Que edade tem elle hoje?—Resp. 14.

5—Rita possuia uma porção de bonecas; e recebendo mais 8 de presente, ficou com 32 bonecas. Quantas bonecas Rita já tinha?—Resp. 24.

6—As 20 bolas de Pedro, reunidas ás 8 de Manoel e mais as bolas que João tem, completam 100 bolas. Quantas bolas tem João—Resp 72.

Subtracção

Subtracção é a operação que tem por fim tirar um numero menor de outro maior.

O numero maior, do qual se subtrahe, chama-se **subtrahendo**.

(*) — Alem dos problemas acima o professor deverá organisar outros semelhantes, sempre em proporção á intelligencia de seus alumnos, obrigando-os a raciocinarem sobre os seus enunciados, a graphal-os e a resolvel-os, guiando-os em principio e deixando-os depois proceder por si só

O numero menor, que se subtrahe, chama-se **subtractor**.

O resultado da operação, chama-se **Resto Excesso** ou **Differença**.

O resultado da subtracção, chama-se **resto**, quando a operação é effectuada para determinar o que *resta* depois de subtrahido um numero de outro.

Assim na subtracção 7—4=3, o numero 3 mostra o que resta da subtracção de 7—4.

O resultado da subtracção chama-se **excesso** quando tem por fim encontrar o excesso de um numero sobre outro ou de quantas unidades um numero é maior que outro.

Neste caso, na subtracção 6—4=2 o numero 2 é **excesso** porque mostra que o numero 6 excede de 2 unidades ao numero 4, ou que o numero 6 é maior duas unidades que o numero 4.

O resultado da subtracção chama-se **differença** quando tem por fim determinar a differença entre dois numeros ou de quantas unidades o numero menor differe do maior:

Neste caso, na subtracção 8—3=5 o numero 5 chama-se differença porque mostra ser a differença entre os numeros 8 e 3, ou mostra que o numero 3 differe de 5 unidades do numero 8.

Desta forma, com a mesma operação de subtrahir, poderemos responder a 3 problemas com enunciados ou fins differentes.

EXEMPLOS

1.—Se de 12 laranjas que temos, comermos 5, com quantas laranjas ficaremos?

2 Pedro tem 12 annos e José tem 5. De quantos annos a idade de Pedro excede a de José.

3.—Maria tem 12 pontos para media e Julia tem 5. Qual a differença entre os ponto das duas?

Para resolvermos os 3 problemas, effectuaremos para todos a mesma operação, 12—5=7, e o resultado 7 responderá ao primeiro, mostrando a sobra de 7 laranjas; responderá ao segundo mostrando que a idade de Pedro excede 7 annos á idade de José; e, responderá ao terceiro mostrando que a *differença* entre os pontos de Maria e os pontos de Julia é 7.

Assim, todas as questões semelhantes aos problemas dados, quer peçam o *resto* o *excesso* ou *differença*, deverão ser sempre graphadas e resolvidas com uma simples subtracção.

Pratica-se a *subtracção* observando-se a seguinte:

REGRA GERAL—Para effectuar-se uma subtracção, escreve-se o subtractor embaixo do subtrahendo, de modo que as unidades da mesma ordem se correspondam. Sublinha-se e pratica-se a operação da direita para a esquerda. Se o algarismo de uma ordem no subtrahendo for menor que o algarismo da mesma ordem no subtractor, sommam-se dez ao menor e pratica-se a subtracção, considerando-se depois o algarismo seguinte no subtrahendo com uma unidade a menos. Se o algarismo seguinte fôr zero, far-se-á este valendo 9, e a subtracção de uma unidade será feita no valor do algarismo da casa immediata.

1.º Exemplo

3462
1977
1485

2. Exemplo

50405
27539
22866

EXERCICIOS

9643	2645	9045	9007	3945
3962	852	3951	2865	1384

PROVAS DA SUBTRACÇÃO

PROVA REAL

REGRA—Somma-se o subtractor com o resto. Se a somma for igual ao subtrahendo, a operação estará certa.

958 Subtrahendo
272 Subtractor
686 Resto
958 Somma do subtractor com o resto.

A operação está certa, porque a somma do subtractor com o resto é igual ao subtrahendo.

PROVA DOS NOVES

REGRA — Tira-se os noves ao subtrahendo e depois ao subtractor com o resto. Se os dois restos forem iguaes, a operação estará certa.

958
272 — 4 Resto do subtrahendo
686 — 4 Resto do subtractor com o resto.

Tirando-se os noves ao subtrahendo, acha-se o resto 4, que se escreve á direita da operação sobre um pequeno traço.

Tirando-se os noves do subtractor com o resto, acha-se o resto 4, que se escreve tambem debaixo do traço.

A operação está certa, porque os dois restos são iguaes.

EXERCICIOS

Verificar por meio das duas provas as seguintes operações:

983	4728	853	4352	751
275	2564	329	1236	284
708	2164	524	3116	467

PRINCIPIO DA SUBTRACÇÃO

Só se pode subtrahir quantidades da mesma especie.

De facto de duas quantidades da mesma especie conhecidas ou desconhecidas poderemos subtrahir uma da outra e acharemos o resultado da mesma especie.

EXEMPLOS

5 livros—3 livros=2 livros
Quantidades conhecidas

8 x—5 x=3 x
Quantidades desconhecidas

Se porém, as quantidades forem de especies differentes ou uma for conhecida e a outra desconhecida, a subtracção não se poderá effectuar e o resultado será a propria operação indicada

EXEMPLOS

3 casas—2 cadeiras=3 casas—2 cadeiras

8 — 5x = 8 — 5x

PROPRIEDADES DA SUBTRACÇÃO

Na subtracção devemos considerar duas propriedades:

1.ª Propriedade—*Em qualquer subtracção o subtrahendo é igual á somma do subtractor com o resto.*

EXEMPLOS

8 — 3 = 5 (8 subtrahendo, 3 subtractor, 5 resto)

9 — 2 = 7 (9 subtrahendo, 2 subtractor, 7 resto)

Se de accordo com a propriedade sommarmos, o subtractor 3, com o resto 5, apparecerá para resultado o subtrahendo 8.

$$3+5=8$$

Sommando-se o subtractor 2, com o resto 7, teremos 9 para o resultado, que representa realmente o subtrahendo.

$$2+7=9$$

Desta propriedade poderemos deduzir a seguinte:

REGRA — Em uma subtracção o subtrahendo desconhecido é igual ao subtractor sommado com o resto.

EXEMPLOS

Representando por x o subtrahendo desconhecido, teremos:

$$x-4=6$$

Applicando a regra, que o subtrahendo desconhecido, é igual ao subtractor 4, sommado com o resto 6, resultará:

$$x=4+6 \text{ ou } x=10$$

Substituindo, no exemplo dado x pelo seu valor 10, para verificar a exactidão da igualdade, teremos:

$$10-4=6$$

$$x-8=12$$

Applicando a regra que o subtrahendo desconhecido x, é igual ao subtractor 8, sommado com o resto 12, teremos:

$$x=8+12 \text{ ou } x=20$$

Substituindo, no exemplo dado, x pelo valor encontrado 20, para verificar a exactidão da igualdade, resultará:

$$20-8=12$$

EXERCICIOS

$x-4=14$ .... Resp. $x=18$
$x-5=9$ .... „ $x=14$
$x-7=12$ ...... „ $x=?$
$x-2=7$ .... „ $x=?$

$x-10=35$ .... $x=?$
$x-9=23$ .... $x=?$
$x-6=11$ .... $x=?$
$x-8=15$ .... $x=?$

Baseados na propriedade e regra estudadas, poderemos resolver todos os problemas que lhes estejam subordinados.

EXEMPLOS

Problema — *Dos lapis que João possuia deu 9 a Luiz e ficou com 12. Quantos lapis tinha João?*

MENTAL

Se João depois de dar 9 lapis a Luiz ficou com 12, é claro que se sommarmos os 9 que elle deu com os 12 com que ficou, encontraremos o numero de lapis que elle tinha. E como 9+12=21, este numero 21, responderá ao problema.

—João tinha 21 lapis.

GRAPHICO

Se representando por x o numero desconhecido de lapis que João tinha e subtrahindo-se deste numero os 9 que foram dados a Luiz, sobraram 12, teremos:

$$x-9=12$$

E como o subtrahendo é igual ao resto sommado com o subtractor, resultará:

$$x=12+9 \text{ ou } x=21$$

PROBLEMAS (*)

7—O excesso de um numero sobre 8, é 6. Qual é este numero?—Resp. 14.

8—Manoel deu 6 lapis a José e ficou com 10. Quantos lapis Manoel tinha antes de dar os 6 a José?—Resp. 16.

9—A differença entre um certo numero e 9 é 15. Qual o numero?—Resp. 24.

10—Dos figos que estavam na mesa, comemos 3 e ficaram 7. Quantos figos estavam na mesa?—Resp. 10.

11—Julio que tem 12 annos, é mais moço 5 annos que Pedro. Qual a idade de Pedro?—Resp. 17.

12—Se João que tem 20 bolas tem mais 6 que José, quantas bolas tem José?—Resp. 14

2.ª **Propriedade** — *Em qualquer subtracção o* **subtractor** *é igual á differença entre o subtrahendo e o resto.*

EXEMPLOS

$$8-5=3$$

Se de accôrdo com a propriedade, subtrahirmos do subtrahendo 8, o resto 3, o resultado será o subtractor 5.

$$8-3=5$$

$$9-7=2$$

Se de accôrdo com a propriedade subtrahirmos do subtrahendo 9, o resto 2, o resultado será 7 que é o subtractor:

$$9-2=7$$

Desta propriedade podemos deduzir a seguinte:

REGRA — Em uma subtracção qualquer, o subtractor desconhecido é igual ao subtrahendo menos o resto.

(*) O professor, quer no quadro preto como em cadernos apropriados, deverá exercitar os alumnos, com problemas semelhantes aos exemplos dados, e sempre subordinados á propriedade estudada, até que elles por si só os possam graphar e resolver. Os problemas aqui fornecidos deverão servir, apenas de norma para o professor organisar os seus, fazendo os alumnos raciocinarem sobre os enunciados e bem comprehendel-os.

EXEMPLOS

Representando por x os subtractores desconhecidos teremos

$8 - x = 5$

Applicando a regra que o subtractor x, é igual ao subtrahendo 8, menos o resto 5, teremos:

$$\underset{\text{subtractor}}{x} = \underset{\text{subtrahendo}}{8} - \underset{\text{resto}}{5} \text{ ou } x = 3$$

Substituindo, no exemplo dado, x pelo seu valor 3, para verificar a exactidão da igualdade, resultará:

$8 - 3 = 5$

$12 - x = 7$

Applicando a regra que o subtractor x, é igual ao subtrahendo 12, menos o resto 7, teremos:

$$\underset{\text{subtractor}}{x} = \underset{\text{subtrahendo}}{12} - \underset{\text{resto}}{7} \text{ ou } x = 5$$

Substituindo, no exmeplo dado, x, pelo seu valor 5, para verificar a exactidão da igualdade, resultará:

$12 - 5 = 7$

EXERCICIOS

$9 - x = 5$....... Resp. $x = 4$
$8 - x = 3$....... » $x = 5$
$12 - x = 3$....... » $x = ?$

$20 - x = 12$....... Resp. $x = ?$
$15 - x = 8$....... » $x = ?$
$16 - x = 10$....... » $x = ?$

Baseados na propriedade e regra já estudadas poderemos resolver todas as questões e problemas que lhes estejam subordinados.

EXEMPLOS

Problema

Qual o numero que subtrahido de 15 deixa 8 para resto?

RESOLUÇÃO

Sendo o numero desconhecido o representaremos por x, e grapharemos o problema do seguinte modo:

$15 - x = 8$

Applicando então a regra que o subtractor x, é igual ao subtrahendo 15, menos o resto 8, teremos:

$x = \mathbf{15} - \mathbf{8}$ ou $\mathbf{7}$

Respondendo então ao problema: O numero procurado é 7.

Problema

Julia tem 20 annos e é mais velha 6 annos que Maria. Que idade tem Maria?

RESOLUÇÃO

Sendo desconhecida a idade de Maria, a representaremos por x, e grapharemos a questão assim:

$20 - x = 6$

Applicando a regra que o subtractor desconhecido x, é igual ao subtrahendo 20, menos o resto 6, teremos:

$x = \mathbf{20} - \mathbf{6}$ ou $x = \mathbf{14}$

Respondendo então ao problema: Maria tem 14 annos.

PROBLEMAS (*)

13—Das 236 pennas que José possue, quantas seriam preciso diminuir-se para sobrarem 179?—Resp. 57.

14—A differença entre os 25 annos de Pedro e a idade de José, é 7. Quantos annos tem José?—Resp. 32.

15—Maria tinha 115 figos e deu parte delles a Luzia, ficando com 72 para si. Quantos figos deu a Luzia?—Resp. 43.

16—Dos 90 doces que Alvaro comprou, o pae entregou-lhe 26 e distribuio os outros pelos irmãos de Alvaro. Quantos foram os doces distribuidos?—Resp. 64.

17—Pedro e José colheram 82 laranjas; comeram algumas e levaram 65 para casa. Quantas laranjas comeram?—Resp. 17.

18—Miguel comprou 12 livros por 65$000; deu o dinheiro que levava e ficou a dever 37$000; que importancia levava Miguel?—Resp. 28$000.

Multiplicação

Multiplicação é a operação que tem por fim repetir um numero tantas vezes quantas são as unidades de outro.

O numero que se multiplica chama-se: **multiplicando**,
O numero pelo qual se multiplica, chama-se: **multiplicador**.
O resultado da multiplicação do multiplicando por um algarismo do multiplicador, chama-se: **producto parcial**.
A somma dos productos parciaes é o **producto total**.
O multiplicando e o multiplicador são **factores do producto total**.

Effectuando-se a multiplicação, observa-se a seguinte

REGRA GERAL—Para se effectuar a multiplicação escreve-se o multiplicador por baixo do multiplicando de modo

(*) Estes problemas deverão, apenas, servir de norma para o professor organisar outros semelhantes, sempre subordinados á propriedade estudada e em proporção as habilitações e intelligencia de seus alumnos, aos quaes deverá obrigar a constantes exercicios até que por si mesmo, os comprehendam, os graphem e os resolvam.

que os algarismos da mesma ordem se correspondam, e sublinha-se. Começa-se, da direita para a esquerda, multiplicando-se todo o multiplicando por um algarismo do multiplicador e escrevendo-se cada producto parcial de modo que o primeiro algarismo á direita fique na mesma columna do algarismo do multiplicador pelo qual se multiplicou. Sommam-se depois os productos parciaes; e a somma delles será o producto total procurado.

EXEMPLO

```
   2753
    652
   ----
   5506
  13765
 16518
-------
1794956
```

EXERCICIOS

9426×132 25351×37 7549×127

8565×324 36972×45 9453×258

PROVAS DE MULTIPLICAÇÃO

PROVA REAL

REGRA—Divide-se o producto total por um dos factores. Se o quociente for igual ao outro factor a operação estará certa.

EXEMPLO

```
 253
  34
----
1012
 759
----        Prova:
8602 | 34 Multiplicador
 180 |----
 102 | 253 Multiplicando
  00 |
```

Effectuando-se a multiplicação de 253 por 34, acha-se o producto 8602.

Dividindo-se este producto pelo multiplicador 34, acha-se 253 para quociente.

A operação está certa, porque o quociente da divisão do producto total pelo multiplicador é igual ao multiplicando.

PROVA DOS NOVES

REGRA—Tira-se os noves ao Multiplicando e escreve-se o resto á direita da operação. Tiram-se em seguida os noves ao Multiplicador e escreve-se tambem o resto á direita, debaixo do primeiro. Multiplicam-se os dois restos, tiram-se os noves do producto e escreve-se á direita do primeiro resto. Tiram-se finalmente os noves do producto total e escreve-se debaixo do terceiro resto. Se os dois ultimos restos forem iguaes, a operação estará certa.

EXEMPLO

```
                Resto do         Resto do produ-
                multiplicando    cto dos restos
 254
  34              2        |        5
----            -----------+-----------
1016              7        |        5
 762
----
8636            Resto do         Resto do produ-
                multiplicador    cto total
```

Traça-se uma cruz á direita da operação.

Tirando-se os noves do multiplicando, acha-se o resto 2, que se escreve no angulo superior á esquerda da cruz.

Tirando-se os noves ao multiplicador, acha-se o resto 7, que se escreve no angulo inferior á esquerda da cruz por baixo do primeiro resto.

Multiplicando-se os dois restos, e tirando-se os noves do producto, acha-se o resto 5, que se escreve no angulo superior á direita da cruz.

Tirando-se, finalmente os noves ao producto total, acha-se o resto 5, que se escreve no ultimo angulo da cruz.

A operação está certa, porque os dois restos finaes são iguaes.

EXERCICIOS

Verificar pelas duas provas as seguintes operações:

2426 × 32 = 77632 9592 × 25 = 239800

457 × 54 = 24678 325 × 72 = 23400

MULTIPLICAÇÃO CONTINUADA

Multiplicação continuada é a operação de multiplicar em que se encontram mais de dois factores.

EXEMPLO

7 × 5 × 4 × 3 = 420 é uma multiplicação continuada.

EXERCICIOS

5×3×9×2=? 7×3×4×7=? 8×5×4×9=?

7×5×8×5=? 8×3×2×6=? 7×3×2×4=?

TABOADA DE PITHAGORAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Para se encontrar nesta taboada o producto de 2 numeros, procura-se o primeiro destes numeros na columna horizontal e o segundo na columna vertical. No quadro onde as duas columnas se encontrarem estará o producto procurado. Assim, tomando 8 na columna horizontal e 5 na columna vertical veremos que ellas se encontram no quadro que marca o numero 40, que é realmente o producto de $5 \times 8 = 40$.

PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO

Na multiplicação devemos considerar duas propriedades.

1.ª **Propriedade** *A ordem dos factores não altera o producto*

EXEMPLOS

$8 \times 5 = 40$

No exemplo dado, se verifica que, na multiplicação effectuada com os factores 8 e 5, o resultado será sempre o mesmo 40, quer se multiplique 8 por 5 ou 5 por 8.

$8 \times 5 = 40$ ou $5 \times 8 = 40$

$8 \times x = 8x$

No exemplo dado, se verifica que, na multiplicação effectuada com os factores 8 e x, o resultado será sempre o mesmo 8 x, quer se multiplique 8 por x ou x por 8,

$8 \times x = 8x$ ou $x \times 8 = 8x$

2.ª **Propriedade**—*Qualquer factor de uma multiplicação é igual ao quociente da divisão do producto total pelo outro factor.*

EXEMPLOS

$2 \times 3 = 6$

Se, de accordo com a propriedade, dividirmos o producto total 6 pelo factor 3, o quociente mostrará o outro factor 2.

$6 \div 3 = 2$

Do mesmo modo, se dividirmos o producto total 6, pelo factor 2 o resultado será o factor 3.

$6 \div 2 = 3$

$12 \times 4 = 48$

Se, dividirmos o producto total 48 pelo factor 4, o quociente mostrará o factor 12.

$48 \div 4 = 12$

Se, dividirmos o producto total 48 pelo factor 12, o resultado será o factor 4.

$48 \div 12 = 4$

Desta propriedade podemos deduzir a seguinte:

REGRA—Para se encontrar o valor de um factor desconhecido, basta dividir o producto pelo factor conhecido.

Representando por x o factor desconhecido, teremos:

EXEMPLOS

$x \times 4 = 36$

Applicando a regra, que o factor desconhecido x é igual ao producto 36 dividido pelo factor conhecido 4, teremos:

$x = \frac{36}{4} = 9$ ou $x = 9$

Substituindo, no exemplo dado, a letra x pelo seu valor encontrado 9, resultará:

$9 \times 4 = 36$

$8 \times x = 24$

Applicando a regra, que o factor desconhecido x é igual ao producto 24, dividido pelo factor conhecido 8, teremos:

$x = \frac{24}{8} = 3$ ou $x = 3$

Substituindo no exemplo dado a letra x pelo valor encontrado 3, resultará:

$3 \times 8 = 24$

EXERCICIOS

$8x = 40$ .... Resp. $x = 5$
$5x = 20$ .... « $x = ?$
$2x = 16$ .... « $x = ?$

$2x = 10$ .... Resp. ?
$5x = 15$ .... » ?
$9x = 54$ .... » ?

Baseados na propriedade e regra estudadas, poderemos resolver todas as questões ou problemas que se lhes appresentem subordinadas.

EXERCICIOS

Problema—*Pedro distribuiu, igualmente, entre seus irmãos, 90 maçãs, cabendo 18 a cada um, Quantos eram os irmãos de Pedro?*

MENTAL

Se Pedro distribuiu 90 maçãs por seus irmãos dando 18 a cada um, é claro que procurando-se saber o numero de vezes que 90 contem 18, este numero será o dos irmãos de Pedro.

E como

$$90 \div 18 = 5$$

o numero 5 responderá ao problema:

—Pedro tem 5 irmãos.

GRAPHICO

Representando-se por x o numero desconhecido dos irmãos de Pedro, e sabendo-se que as 18 maçãs de cada um, multiplicadas por este numero é igual a 90, teremos:

$$18x = 90$$

E como um factor desconhecido é igual ao producto dividido pelo factor conhecido, resultará:

$$x = \frac{90}{18} \text{ ou } x = 5$$

PROBLEMAS (*)

19—Quantas vezes precisaremos repetir o numero 12 para obtermos 204?—Resp. 17

20—Antonio possue 120 pennas, distribuidas igualmente em 8 caixas. Quantas pennas estão em cada caixa?—Resp. 15

21—Qual o numero que repetido 15 vezes produz 165?—Resp. 11

MODO DE ABREVIAR A MULTIPLICAÇÃO (*)

Em diversos casos é possivel abreviar uma multiplicação:

(*) Alem dos casos de que nos vamos occupar para abreviar a multiplicação, existem muitos outros, dos quaes deixamos de tratar, não só pela pouca vantagem que offerecem como para não dar maior extensão a este estudo e não trazer embaraços áquelles que o começam.

1.° CASO—Quando o multiplicador for a unidade seguida de zeros. isto é quando o multiplicador for 10, 100, 1000, etc., *não se effectua a multiplicação e basta escrever á direita do multiplicando o mesmo numero de zeros contidos no multiplicador.*

EXEMPLOS

$48 \times 10 = 480$ $\quad 226 \times 100 = 22600$ $\quad 45 \times 1000 = 45000$

EXERCICIOS

$72 \times 10 = ?$ $\quad 84 \times 100 = ?$ $\quad 152 \times 1000 = ?$

$28 \times 10 = ?$ $\quad 136 \times 100 = ?$ $\quad 329 \times 1000 = ?$

2.° CASO—Quando um dos factores, ou mesmo ambos, terminarem por zeros, *effectua-se a multiplicação dos demais algarismos e á direita do producto escrevem-se então os zeros.*

EXEMPLOS

```
  36[00       143       42[00
  24         25[0       34[0
 -----      -----      ------
  144        715        168
  72        286        126
 -----      -----      -------
 86400      35750      1428000
```

EXERCICIOS

$450 \times 23 = ?$ $\quad 8363 \times 20 = ?$ $\quad 35000 \times 160 = ?$

$1680 \times 45 = ?$ $\quad 952 \times 130 = ?$ $\quad 26400 \times 300 = ?$

3.° CASO—Si alguma das casas intermediarias do multiplicador estiver representada por zero, *não se forma o producto parcial correspondente a ella; e continando-se a multiplicação pelo algarismo seguinte, escreve-se o seu producto de modo que o primeiro algarismo da direita fique na mesma columna da ordem a qué pertencer o producto.*

EXEMPLOS

```
    4352          3426
     508          2004
   -----         -----
   34816         13704
  21760         6852
 -------       -------
 2210816       6865704
```

EXERCICIOS

$853 \times 609 = ?$	$625 \times 205 = ?$	$3953 \times 2006 = ?$
$1246 \times 504 = ?$	$953 \times 507 = ?$	$5329 \times 3025 = ?$

4.º CASO—Quando o multiplicando e o multiplicador forem numeros formados por dois algarismos, sendo iguaes as dezenas, e a somma das unidades fôr 10.

REGRA—Multiplicam-se os algarismos das unidades e, separadamente, forma-se o producto do algarismo das dezenas multiplicado por si mesmo, augmentado de uma unidade. Escreve-se depois o segundo producto á esquerda do primeiro e o numero assim formado será o producto procurado.

EXEMPLO

Seja 54×56 em que os algarismos das dezenas (5) são iguaes, e a somma das unidades $(4 + 6)$ é igual a 10.

Multiplicando-se, entre si, os algarismos das unidades, 4 e 6, teremos........................ $6 \times 4 = 24$

Multiplicando-se, em seguida, o algarismo das dezenas 5, por si mesmo, augmentado de uma unidade, será.. $5 \times 6 = 30$

Escrevendo-se então, o segundo producto 30 á esquerda do primeiro producto 24, resultará 3024

O numero 3024 representa o producto de 54×56.

EXERCICIOS

43	51	36	44	72	79	81	28
47	59	34	46	78	71	89	22

5.º CASO—Quando o multiplicando e o multiplicador forem numeros formados por dois algarismos sendo iguaes os das unidades e a somma das dezenas for 10.

REGRA—Multiplicam-se os algarismos das unidades e, separadamente, forma-se o producto das dezenas sommando-se depois a este um dos algarismos das unidades. Escrevem-se este resultado á esquerda do primeiro e o nnmero assim formado será o producto procurado.

EXEMPLO

Seja 65×45 em que os algarismos das unidades (5) são iguaes, e a somma das dezenas $(6 + 4)$ é igual a 10

Multiplicando-se. entre si, os algarismos das unidades, 5, virá $5 \times 5 = 25$

Multiplicando-se em seguida os algarismos das dezenas (6 e 4) e sommando-se depois o algarismos da unidades (5) virá $6 \times 4 + 5 = 29$

Escrevendo-se então, o resultado (29) á esquerda do primeiro (25) resultará: 2925

Sendo 2925 o producto procurado de 65×45

EXERCICIOS

65	84	63	36	27	98	71	93
45	24	43	76	87	18	31	13

6.º CASO—Quando o multiplicador é composto só de noves.

REGRA—Escrevem-se á direita do multiplicando, tantos zeros quantos forem os noves do multiplicador; e, do numero assim formado, subtrahe-se o multiplicando. O resto será o producto procurado

EXEMPLO

852×999

Escrevendo-se á direita do multiplicando (852) tres zeros, por serem tres os noves do multiplicador, teremos.. 852000

Subtrahindo-se do numero assim formado, (852000), o multiplicando 852, virá ....$852000 - 852 = 951148$

O numero 851.148, representa o producto de 852×969

EXERCICIOS

625×99	958×999	3426×999	4264×99
324×9	562×99	2851×999	5837×99

7.° CASO — Quando o multiplicando for um numero formado por dois algarismos e o multiplicador for 11.

Este caso subdivide-se em dois.

a) Quando a somma dos algarismos do multiplicando for inferior a 10.

REGRA — Somman-se os algarismos, e escreve-se esta somma entre estes mesmos algarismos. O numero assim formado será o producto procurado.

EXEMPLO

25×11

Sommando-se os algarismos do multiplicando, teremos .... $2+5=7$

Escrevendo-se a somma 7 entre os mesmos algarismos 2 e 5, ficará.................... 275

O numero 275 é o producto de 25×11.

b) Quando a somma dos algarismos do multiplicando é superior a 9.

REGRA — Sommam-se os algarismos do multiplicando, e escreve-se entre estes mesmos algarismos o algarismo das unidades da somma, tendo augmentado uma unidade ao algarismo das dezenas do multiplicando.

EXEMPLO

78×11

Sommando-se os algarismos do multiplicando, 7 e 8, tem-se.................... $7+8=15$

Escrevendo-se o algarismo 5, entre os mesmos algarismos 7 e 8, sendo augmentado de uma unidade o numero 7, ficará.................... 858

O numero 858 é o producto de 78×11

EXERCICIOS

78×11	83×11	12×11	48×11	25×11	33×11
96×11	42×11	37×11	95×11	53×11	65×11

8.° CASO — Quando o multiplicador for 11 e o multiplicando um numero qualquer.

REGRA — Escreve-se o primeiro algarismo da direita do multiplicando e á esquerda delle vae se escrevendo a somma do primeiro algarismo mais o segundo; do segundo mais o terceiro do terceiro mais o quarto e assim por diante; escrevendo-se finalmente o ultimo algarismo, á esquerda do multiplicando.

EXEMPLO

Seja: 235×11

Escrevendo-se o ultimo algarismo (5) do multiplicando virá.................... 5

Escrevendo-se á sua esquerda a somma do primeiro algarismo (5) com o segundo (3) virá... 85

Escrevendo-se á sua esquerda a somma do segundo algarismo (3) com o terceiro (2) virá...... 585

Escrevendo-se finalmente o ultimo algarismo (2), resultará.................... 2585

Sendo 2585 o producto procurodo

EXERCICIOS

3245×11	36321×11	5323×11
4283×11	45234×11	4852×11

9.° CASO — Quando ambos os factores são numeros proximos de 100, 1000, etc.

REGRA — Multiplicam-se entre si os complementos dos factores e escreve-se o resultado preenchendo com zeros as casas das dezenas e centenas quando o producto encontrado for inferior a 10 ou inferior a 100. Procura-se depois a differença entre um dos factores e o complemento do outro e escreve-se esta differença á esquerda do producto já escripto.

EXEMPLO

Seja 68×95
(Proximo a 100)

Procurando-se os camplementos de 92 e 95 acha-se:

Comp. de $98=2$

" " $95=5$

Multiplicando-se os dois com-

Seja 993×996
(Proximo de 1000)

Procurando.se os complementos de 993 e 996 acha-se:

Comp. de $993=7$

" " $996=4$

Multiplicando-se os dois com-

plementos (2 e 5) entre si teremos:

$2 \times 5 = 10$

Procurando-se a differença entre o factor 98 e o complemento do factor 95 acha-se:

$98 - 5 = 93$

Escrevendo-se, então, este segundo resultado (93) á esquerda do primeiro 10, resultará:

9310

Sendo 9310 o producto procurado de 98×95

plemento (7 e 4) entre si e preenchendo com zero a casa das centenas, virá:

$7 \times 4 = 028$

Procurando-se a differença entre o factor 996 e o complemento (7) do outro factor encontra-se:

$995 - 7 = 989$

Escrevendo-se este segundo resultado (989) à esquerda do primeiro (028) resultará:

989028

Sendo este numero o resultado procurado de 996×993.

EXERCICIOS

98×97	998×995	91×98
93×96	997×993	97×95

10.° CASO—Quando o multiplicador for 5 ou suas potencias 25, 125, 625, etc.

REGRA—Multiplica-se o multiplicando por 10 elevado a mesma potencia com que 5 estiver no multiplicador; e, divide-se o resultado por 2 elevado a mesma potencia.

O que quer dizer:

Se o multiplicador for 5 multiplica-se o multiplicando por 10 e divide-se o producto por 2.

Se o multiplicador for 25 multiplica-se por 100 e divide-se por 4
» » « « 125 « 1000 « « « 8
» » « « 625 « 10000 « « « 16

e assim por diante.

EXEMPLOS

8434×25

Multiplicando-se o multiplicado 8434 por 100, teremos:

843400

Dividindo-se este producto por 4, resultará:

210850

que será o producto de

$8434 \times 25 = 210850$

3865×125

Multiplicando-se o multiplicando por 1000, teremos:

3865000

Dividindo-se este producto por 8, resultará:

483125

que será o producto procurado de

$3865 \times 125 = 483125$

EXERCICIOS

4836×5	8325×25	9848×125	32463×625
287×5	7426×25	2349×125	54627×625

Formação, do dobro, triplo, etc., dos numeros

O dobro de um numero representa o numero 2 vezes ou duas vezes maior.

O dobro de 4 é 8 porque $8 = 4 + 4$

O triplo de um numero representa o numero tomado 3 vezes ou tres vezes maior.

O triplo de 3 é 9 porque $9 = 3 + 3 + 3$

O quadruplo de um numero representa o numero 4 vezes maior. E assim por diante.

Como repetir os numeros 2, 3, 4, vezes, etc., é o mesmo que multiplical-os, respectivamente, por 2, 3, 4, etc., segue-se que para formar o duplo, triplo, quadruplo, etc., dos numeros deve-se multiplical-os, respectivamente, por 2, 3, 4, etc.

EXEMPLOS

O dobro de 5 é 10 porque $5 \times 2 = 10$
» » » 3 é 6 » $3 \times 2 = 6$
O triplo de 4 é 12 » $4 \times 3 = 12$
» » » 2 é 6 » $2 \times 3 = 6$

Do mesmo modo que podemos determinar o dobro, o triplo, etc., de um numero conhecido qualquer, tambem podemos, e pela mesma regra, representar o dobro, triplo, etc., de um numero ou de uma quantidade desconhecida representada por x.

EXEMPLOS

O dobro de um numero desconhecido.
O dobro das laranjas que estão na mesa.
O dobro da idade de Jorge
Etc., etc.
} E' representado por $2x$

O triplo de um numero desconhecido
O triplo dos lapis que João possue.
O triplo da idade de meu irmão.
Etc., etc
} E' representado por $3x$

4 vezes de minha casa ao collegio.
4 vezes um numero qualquer desconhecido
4 vezes o comprimento de uma rua.
Etc., etc.
} E' representado por $4x$

E assim por diante.

EXERCICIOS (*)

Como se representa o dobro da idade de Pedro?
» » » » » dum numero qualquer?
» » » » triplo dos aneis de minha prima?

Problema — *O dobro da idade de Julia é 72. Quantos annos tem Julia?*

MENTAL

Se 72 representa 2 vezes a idade de Julia, é claro que se dividirmos 72 por 2 acharemos a idade pedida. E como:

$$72 \div 2 = 36$$

este numero responderá ao problema:

Julia tem 36 annos.

GRAPHICO

Representando-se por x a idade desconhecida de Julia, e sabendo-se que o dobro dessa idade é igual a 72, teremos:

$$2x = 72$$

E como um factor desconhecido é igual ao producto dividido pelo factor conhecido, resultará:

$$x = \frac{72}{2} \text{ ou } x = 36$$

PROBLEMAS (**)

22—Se multiplicarmos a somma 9+3 pelo triplo de certo numero acharemos 324. Qual o numero?—Resp. 9

23—O professor mandou João e José escreverem 960 linhas devendo João escrever o dobro de José. Quantas linhas escreveu cada um?—Resp. 320 e 640.

24—Miguel comprou o triplo das pennas que já tinha e ficou com 240 pennas. Quantas pennas Miguel tinha?—Resp. 60

25—Qual o numero que repetido 8 vezes dá o total de 400? —Resp. 50

26—O dobro da idade de Emilia é 36. Quantos annos tem Emilia?—Resp. 18

27—Qual o numero que sommado com o seu duplo e o seu triplo é igual a 120?—Resp. 20

(*) Sendo muito commum nos problemas o emprego do dobro, do triplo, etc., dos numeros, será de bom aviso o professor exercitar os seus alumnos o mais possivel a este respeito.

(**) Estes probemas servirão, apenas, de norma para o prafessor organizar outros semelhantes e exercitar os alumnos até julgal-os habilitados para resolvel-os com desembaraço.

Emprego do parenthesis

Os parenthesis são empregados na Arithmetica para encerrarem operações indicadas e que se considera effectuadas.

Os parenthesis tomam o nome dos resultados das operações que nelles estão encerradas.

Se os parenthesis encerram as parcellas de uma addição, chamam-se: **Somma**; si encerram os termos de uma subtracção, chamam-se: **Differença**; si encerram os factores de uma multiplicação, chamam-se: **Producto**.

EXEMPLOS

(3+4+2)	Em vez de se dizer uma addição	se diz: **Uma somma.**
(8—5)	» » » » » » subtracção	» » **Uma differença**
(6×7)	» » » » » » multiplicação	» » **Um producto.**

Na divisão não se usam os parenthesis para indicar o quociente de uma divisão que se considera effectuada, devendo este ser representado por uma fracção ordinaria tendo o dividendo para numerador e o divisor para denominador. Assim:

EXEMPLO

Para indicar-se o quociente da divisão de $8 \div 3$ não se indica com o parenthesis $(8 \div 3)$ e sim $\frac{8}{3}$

Nos calculos arithmeticos os parenthesis podem apresentar-se como *parcellas*, como *subtractores* ou como *factores* devendo ter antes de si os respectivos signaes para indicarem como devem ser considerados. Quando, porem, o parenthesis representa um factor, o signal de multiplicar (×) fica subentendido, não se devendo, nunca, escrever este signal antes ou depois de qualquer parenthesis.

EXEMPLOS

Os parenthesis $(5+4)+(9+6)$ são parcellas por terem antes de si o signal de addição (+).

Os parenthesis $-(8+4)-(9-3)$ são subtractores por terem antes de si o signal de subtracção (—).

Os parenthesis $(4+5)\ (8-4)$ são factores por não terem antes de si signal algum, ficando por isso subentendido o signal de multiplicação (×).

Quando se tem de resolver um preblema em que um ou mais elementos estão entre parenthesis o primeiro passo a dar será proceder-se á sua eliminação.

ELIMINAÇÃO DOS PARENTHESIS

Para eliminar-se os parenthesis, em qualquer calculo arithmetico, bastaria effectuar-se as operações que estivessem encerradas nelles e escrèver em seu logar os resultados encontrados; porem como, nem sempre, isto poderá ser feito, por estarem as operações indicadas entre quantidades conhecidas e desconhecidas, melhor será obedecer-se ás seguintes regras:

Para eliminar-se um parenthesis que se apresenta como parcella, isto é, tendo antes de si o signal **mais** (+) basta prescindir-se do parenthesis e proceder-se as operações como se elles não existissem.

EXEMPLOS

Para se effectuar a operação com parenthesis:

$3+(5-2)$

Prescindir-se-á dos parenthesis e ficará:

$3+4+5-2=10$

Para se effectuar a operação com parenthesis:

$2+(5+x)$

Prescindir-se-á dos parenthesis e ficará:

$2+5+x=7+x$

Para eliminar-se parenthesis quando se apresentam como subtractores, isto é, tendo antes de si o signal **menos** (—) trocam-se todos as signaes das operações nelles indicadas + por — e — por + e procede-se então como se elles não existissem.

EXEMPLO

Para effectuar-se a operação com parenthesis .... $8-(4+2-3)$

Prescindir-se-á dos parenthesis depois de trocar todos os signaes das operaçōes nelles indicadas e ficará .... $8-4-2+3=5$

Raramente, nos calculos arithmeticos, os parenthesis se apresentam como parcellas ou como subtractores, apresentando-se

quasi sempre como factores; por isso trataremos mais circumstanciadamente da

MULTIPLICAÇÃO COM PARENTHESIS

Na multiplicação com parenthesis consideram-se dois casos:

1.º — Quando *um* só factor é representado pelos parenthesis.
2.º — Quando *ambos* os factores são representados por parenthesis.

1.º CASO — Quando um só factor é parenthesis obedece-se a seguinte

REGRA — Multiplica-se o factor que está fora de parenthesis por todos os termos nelles encerrados, escrevendo-se os resultados uns depois dos outros, separados pelos respectivos signaes.

EXEMPLOS

Seja: $2\,(3+4-5)$

Multiplicando-se o numero 2 pelo primeiro termo 3, teremos:

$2\times3=6$

Multiplicando-se o numero 2 pelo segundo termo 4, teremos:

$2\times4=8$

Multiplicando-se o numero 2 pelo terceiro termo —5, teremos:

$2\times-5=-10$

Escrevendo-se depois os resultados 6, 8 e —10, uns em seguida dos outros, separados pelos respectivos signaes *mais* e *menos* resultará:

$2\,(3+4-5)=6+8-10$

Seja: $3\,(4+2x-5)$

Multiplicando-se o factor 3 pelo primeiro termo 4, teremos:

$3\times4=12$

Multiplicando-se o factor 3 pelo segundo termo $2x$, teremos:

$3\times2x=6x$

Multiplicando-se o factor 3 pelo terceiro termo — 5, teremos:

$3\times-5=-15$

Escrevendo-se os resultados uns depois dos outros separados pelos respectivos signaes, resultará:

$3\,(4+2x-5)=12+6x-15$

EXERCICIOS

$3\,(4+2)=$ .... ?	$2\,(4+5-3)=$ .... ?	$7\,(x+2)=$ .... ?
$5\,(8-3)=$ .... ?	$6\,(x+2-6)=$ .... ?	$4\,(8-3x)=$ .... ?

2.º CASO — Quando ambos os factores são parenthesis, observa-se a seguinte:

REGRA — Multiplica-se, separadamente, cada termo do primeiro parenthesis por todos os termos do segundo, escrevendo-se depois todos os resultados separados uns dos outros pelos respectivos signaes.

EXEMPLOS

Seja: $(2+4)\ (3-5)$

Multiplicando-se o factor 2 do primeiro parenthesis pelos termos 3—5 do segundo virá:

$2 \times 3 = 6 \qquad 2 \times -5 = -10$

Multiplicando-se o segundo termo 4, do primeiro parenthesis pelos termos 3—5 do segundo, virá:

$4 \times 3 = 12 \qquad 4 \times -5 = -20$

Escrevendo-se os quatro resultados uns depois dos outros separados pelos respectivos signaes, resultará:

$= 6 - 10 + 12 - 20$

Seja: $(4-x)\ (3+2)$

Multiplicando-se o termo 4 do primeiro parenthesis pelos termos 3+2 do segundo, teremos:

$4 \times 3 = 12 \qquad 4 \times 2 = 8$

Multiplicando-se o termo $-x$ do primeiro parenthesis pelos termos 3+2 do segundo, teremos:

$-x \times 3 = -3x \qquad -x \times 2 = -2x$

Escrevendo-se os resultados uns em seguida dos outros separados pelos respectivos signaes, resultará:

$= 12 + 8 - 3x - 2x$

EXERCICIOS

$(4+2)\ (5+8) = \ldots ?$
$(9-5)\ (7-2) = \ldots ?$

$(4+x)\ (3-2+4) = ?$
$(5-2)\ (8-x+3) = ?$

$(x-4)\ (2+3) = \ldots ?$
$(3+5)\ (x-3) = \ldots ?$

PROBLEMAS DIVERSOS

28—O dobro da somma de um certo numero com 4 é igual a 22; qual será este numero?—Resp. 7

29—Quantas vezes devemos repetir a somma 9+6 para acharmos 75?—Resp. 5

30—O dobro da differença entre certo numero e 16, mais 25 é igual a 33. Qual o numero?—Resp. 20

31—Qual o numero que sommado com o seu dobro e multiplicada a somma por 5, dá 180 para resultado?—Resp. 12

32—Pedro, Paulo e José fizeram uma sociedade com o capital de 3.000$000, entrando Paulo com o dobro do que entrou Pedro e José com tres vezes a differença entre as entradas dos dois. Com quanto entrou cada um?—Resp. 500$, 1.000$ e 1:500$

33—Como se deve dividir 195 em duas partes, de forma que a segunda seja o dobro da primeira?—Resp. 65 e130

34—O triplo do excesso de um numero sobre 20 é igual a 285. Qual o numero?—Resp. 115

35—O dobro da idade de Maria sommada com 3 annos e multiplicada a somma por 4 o resultado será um seculo. Que idade tem Maria?—Resp. 11 annos

36—A somma das idades de 3 irmãos é 42 annos. Sabendo-se que cada um é mais velho que o anterior 6 annos, que idado tem cada um?—Resp. 8, 14 e 20

37—Como se pode dividir 120 metros de fazenda em 3 partes, de forma que a segunda tenha o triplo da primeira e a terceira o dobro da segunda?—Resp. 12, 36 e 72.

38—Pedro disse a José: Se eu tivesse a tua idade e mais o dobro d'ella, daqui a dois annos teria vivido meio Seculo. Que idade tem José?—Resp. 16

39—Se, ao triplo dos ovos que comprei, reunisse a meia duzia que tens, completaria 5 duzias. Quantos ovos comprei?—Resp. 18

40—Qual o numero que sommado com o seu duplo e o seu triplo e o resultado multiplicado por 5, é igual a 150?—Resp. 5

41—Qual o numero que multiplicado por 6 e sommado o producto com 25 dá para resultado 79?—Resp. 9

Divisão

Divisão é a operação que tem por fim achar quantas vezes um numero contem o outro.

O numero que se divide chama-se: **Dividendo**

O numero pelo qual se divide chama-se: **Divisor**

O resultado da divisão chama-se: **Quociente**

O signal (÷) indica a divisão; e, collocado entre dois numeros mostra que o primeiro deve ser dividido pelo segundo para achar-se o quociente.

Quando o dividendo for menor que o divisor a divisão deverá ser indicada em forma de fracção ordinaria tendo para numerador o dividendo e para denominador o divisor, sendo a propria fracção o quociente da divisão indicada. Assim: $3 \div 7 = \frac{3}{7}$

Escrever $\frac{3}{7}$ é o mesmo que escrever $3 \div 7$

Se o dividendo ou o divisor for um numero ou uma quantidade desconhecida. representada por x, se procederá do mesmo modo. Assim:

$\frac{x}{4}$ é o mesmo que $x \div 4$ ‖ $\frac{5}{x}$ é o mesmo que $5 \div x$

Na pratica da divisão de numeros inteiros deve-se observar a seguinte:

REGRA GERAL—Para se effectuar uma divisão, escreve-se o divisor á direita do dividendo separado por dois traços, debaixo dos quaes se escreve o quociente.

Separam-se no dividendo tantos algarismos quantos forem pre-

cisos para formar um numero capaz de ser dividido pelo divisor. Divide-se em seguida o numero assim formado pelo divisor e escreve-se o quociente. Multiplica-se o quociente pelo divisor e o producto subtrahe-se do dividendo. Junto ao resto, escreve-se o algarismo seguinte do dividendo, e o numero formado divide-se novamente pelo divisor, pela forma já dita. Continua-se do mesmo modo até que não hoja mais algarismo algum para marcar no dividendo.

EXEMPLO

```
46375 | 25
213   |-----
 137  | 1855
  125
    0
```

EXERCICIOS

43560 ÷ 144
17524 ÷ 26

38505 ÷ 353
97390 ÷ 545

99015 ÷ 287
60040 ÷ 732

PROVAS DA DIVISÃO

PROVA REAL

REGRA—Multiplica-se o quociente pelo divisor; se o producto for egual ao dividendo a operação estará certa.

```
246 | 5
 46 |----
  1 | 49   quociente
      5    divisor
    ----
    245    producto
      1    resto
    ----
somma 246  dividendo
```

Effectuando se a divisão de 246 por 5; acha-se 49 para quociente e 1 para resto.

Multiplicando-se o quociente 49 pelo divisor 5, acha-se o producto 245.

Sommando-se com este producto o resto 1, acha-se a somma 246.

A operação está certa porque a somma final è igual ao dividendo.

PROVA DOS NOVES

REGRA—Tiram-se os noves ao divisor e escreve-se o resto á direita. Tiram-se os noves ao quociente e escreve-se o resto debaixo do primeiro. Multiplicam-se os dois restos, tiram-se os noves ao producto, somma-se o resto com o resto da operação; Tiram-se finalmente os noves do dividendo e escreve-se debaixo do ultimo resto. Se os dois restos finaes forem iguaes a operação estará certa.

EXEMPLO

Traça-se uma cruz á direita da operação.

Tirando se os noves ao divisor 28, acha-se o resto 1, que se escreve no primeiro angulo da cruz.

Tirando-se os noves ao quociente 124, acha-se o resto 7, que se escreve no angulo da cruz debaixo do primeiro resto.

Multiplicando-se os dois restos acha-se 7, para producto. Sommando-se este producto ao resto 13 da operação e tirando os noves da somma, acha-se o resto 2, que se escreve no terceiro angulo da cruz.

Tirando-se finalmente, os noves do dividendo, acha-se o resto 2, que se escreve no ultimo angulo da cruz

A operação está certa porque os dois restos finaes são iguaes.

Effectuar e verificar pelas duas provas a exactidão das seguintes operações.

2456 ÷ 92 3745 ÷ 25

7245 ÷ 36 8876 ÷ 64

PROBLEMAS

42—Custando 25 metros de fazenda 46$250, quanto custará cada metro?—Resp. 1$850

43—Para se distribuir 150$000 por 24 pobres, quanto caberá a cada um?—Resp. 6$250

44—Maria tem 171 figos para arrumar em 9 caixas; quantos deve arrumar em cada caixa?—Resp. 19

45—Um negociante comprou 65 barricas de farinha por 4:095$000; quanto custou cada barrica?—Resp. 63$000

46—Julio recebeu, de presente, 968 amendoas e distribuiu por seus 22 collegas; quantas coube a cada um?—Resp. 44

47—Se comprassemos 1224 ovos, quantas duzias teriamos comprado?—Resp. 102

48—De uma peça de fazenda com 1215 metros, quantos cortes de 15 metros poderiam retirar?—Resp. 81

49—Quantas vezes 748 contem 17?—Resp. 44

DIVISÃO COM RESTO

Quando uma divsão não se faz exactamente e fica resto, o quociente encontrado é incompleto on aproximado; podendo-se, entretanto, completal-o dando-se lhe a forma de *numero mixto ou numero decimal.*

Completa-se o quociente de uma divisão inexacta dando-se-lhe a forma de numero mixto, *escrevendo-se depois delle uma fracção ordinaria que tenha para numerador o resto da divisão e para denominador o divisor da operação effectuada.*

EXEMPLO

Praticar a divisão 8647 ÷ 25

```
8647 | 25
 114 |------
 147 | 345 22/25
  22
```

Effectuando-se a divisão de 8647 por 25, pelas regras já estabelecidas, encontra-se 345 para quociente e 22 para resto.

Formando-se uma fracção ordinaria que tenha o resto 22 para numerador e o divisor 25 para deeominador, e escreuendo se esta fracção depois do quociente 345, forma-se o numero mixto $345 \frac{22}{25}$ que è o quociente completo da divisão de 8647 por 25

EXERCICIOS

9354 ÷ 35	86364 ÷ 143	2645 ÷ 83
3968 ÷ 142	72109 ÷ 229	3957 ÷ 75

Completa se o quociente de uma divisão inexacta dando-se-lhe a forma de numero decimal *collocando-se a virgula decimal depois do quociente, escrevendo-se um zero á direita do resto e continuando-se a divisão, pondo-se sempre nm zero depois de cada resto.*

XEPEML

Effectuar a divisão 3497 ÷ 25.


```
3497 | 25
  99 |--------
 247 | 139,88
  220
  200
    0
```

Praticando-se a divisão pelas regras já estabelecidas, encontra-se 139 para quociente e 22 para resto.

Pondo-se a virgula no quociente e um zero á direita do resto 22, pratica-se a divisão de 220 por 25 e acha-se 8 para quociente e 20 para resto.

Escrevendo-se novamente um zero á direita do resto 20, pratica-se a divisão de 200 por 25 e acha-se para quociente 8, e para resto O, ficando assim a operação terminada, tendo para quociente completo o numero decimal 139,88.

EXERCICIOS

7485 ÷ 33	8623 ÷ 81	3249 ÷ 86
8749 ÷ 25	7437 ÷ 95	9651 ÷ 65

PROBLEMAS

50—Jorge recebeu 125 doces que dividiu, igualmente, por seus 9 irmãos, ficando com o resto para si; com quantos ficou?—Resp. 8.

51—Se destribuissemos 563 laranjas por 80 pessoas quantas laranjas sobrariam?—Resp. 3.

52—João recebeu 253$000 e gastou durante 30 dias a diaria de 8$400; com que saldo ficou?—Resp. 1$000.

53—Se dividirmos 3945 por 72, que resto ficará?—Resp. 57.

54—Que resto ficará na divisão de 957 por 15—Resp. 12.

55—José tinha 200$000 de mesada e 6$500 de despesas por dia, no fim de 30 dias com qüe saldo ficou?—Resp. 5$000.

56—Um negociante dividiu 128 metros de fazenda em 7 peças iguaes sobrando um retalho; quantos metros tinha o retalho?—Resp. 2.

57—José distribuio, igualmente, 585 pennas por 18 caixas e deu as restantes a Pedro; quantas pennas Pedro recebeu?—Resp. 9.

58—Pedro tinha 680 folhas de papel para fazer 21 livros iguaes; quantas folhas sobrariam?—Resp. 8.

59—Se dividissemos 287 metros de fazenda em cortes de 15 metros; quantos metros sobrariam?—Resp. 2.

MODOS DE ABREVIAR A DIVISÃO

Em alguns casos é possivel abreviar uma divisão:

1.º CASO—Quando o divisor for a unidade seguida de zeros, *não se pratica a divisão, sendo o quociente determinado pela separação a direita do dividendo de tantos algarismos quantos forem os zeros do divisor.*

EXEMPLOS

$4625 \div 10 = 462$ [5 || $325 \div 100 = 3$ [25

$4936 \div 1000 = 4$ [936

EXERCICIOS

$953 \div 10$	$2415 \div 100$	$2429 \div 1000$
$4_5 \div 10$	$3987 \div 100$	$3751 \div 1000$

2.º CASO—Quando o dividendo e o divisor terminarem por zeros, *pode-se dispensar em ambos o mesmo numero de zeros e praticar-se a divisão somente do numero formado pelos algarismos restantes. O quociente será o mesmo que se encontraria não se separando os zeros.*

EXEMPLOS

Não separando os zeros

9400	200
1400	47
000	

Separando os zeros

94 (00	2 (00
14	47
0	

EXERCICIOS

$24000 \div 3000$	$420000 \div 300$	$73600 \div 200$
$49640 \div 2590$	$4500 \div 80$	$85830 \div 500$

3.º CASO—Quando praticando-se uma divisão encontra-se um resto—zero—e os algarismos a marcar no dividendo são zeros tambem, *escrevem-se estes zeros a direita do quociente e da se por concluida a operação.*

87500	25
12500	3500
00	

EXERCICIOS

$8360 \div 26$	$34400 \div 43$	$100800 \div 126$
$7350 \div 35$	$43200 \div 8$	$95000 \div 25$

4.º CASO—Quando o divisor for 5 ou qualquer de suas potencias, 25, 125, 625 etc.

REGRA—Multiplica-se o dividendo por 2 elevado a potencia em que 5 estiver no divisor e divide-se o producto por 10 elevado à mesma potencia.

O que quer dizer:

Se o divisor for 5, multiplica-se o dividendo por 2 e divide-se o producto por 10.

Se o divisor for 25, multiplica-se o divendo por 4 e divide-se por 100.

Se o divisor for 125, multiplica-se o dividendo por 8 e divide-se por 1000.

Se o divisor for 625, multiplica-se o dividendo por 16 e divide-se por 10000.

E assim por diante.

EXEMPLOS

$9375 \div 25$

Multiplicando-se o dividendo 9375 por 4, teremos:

$9375 \times 4 = 37500$

Dividindo-se este producto por 100 resultará:

$37500 \div 100 = 375$

Sendo 375 o quociente da divisão de

$9375 \div 25 = 375$

$937 \div 125$

Multiplicando-se o dividendo 9375 por 8 teremos:

$9375 \times 8 = 75000$

Dividindo-se este producto por 1000 resultará:

$75000 \div 1000 = 75$

Sendo 75 o quociente procurado da divisão:

$9375 \div 125 = 75$

EXERCICIOS

$5625 \div 5$	$63259 \div 25$	$39546 \div 5$
$7850 \div 25$	$75842 \div 125$	$7842 \div 25$

PROBLEMAS DIVERSOS

60—João possuia em uma sala 3429 livros e em outra 945 arrumados todos em estantes que comportavam 243 livros cada uma; quantas estantes estavam occupadas?—Resp. 18

61—Em um laranjal estavam 1800 laranjas maduras, que foram vendidas a 6$500 o cento; em quanto importou a venda? —Resp. 117$000

62—Um fazendeiro mandou plantar 8260 pés de café, pagando 5260 na razão de 640 réis por cada um, e o resto a 500 réis por pé; quanto pagou por todos?—Resp. 4.858$000

63—Manoel comprou 9 resmas de papel com 400 folhas em cada uma e fez 18 livros iguaes; quantas folhas gastou em cada livro?—Resp. 200

64—Num collegio estavam 82 meninos e o professor mandou que cada um escrevesse 250 linhas; quantas linhas escreveram todos?—Resp. 2050

65—Um pae deu 60 amendoas a cada um do seus 12 filhos; quantas amendoas deu?—Resp. 720

66—Em um collegio existiam 326 alumnos, estando 81 na primeira classe, 105 na segunda e 36 na terceira; quantos estavam na quarta classe?—Resp. 104

67—Um negociante comprou uma caixa com 425 maçãs por 24$000; tirou 86 podres e vendeu as restantes a 140 réis cada uma; quanto lucrou?—Resp. 23$460

68—Um logista comprou uma peça com 95 metros de fazenda a 1$300 cada metro, e vendeu toda a peça por 230$000; quanto ganhou?—Resp. 106$500.

69—Manoel escreveu 2046 linhas, em folhas de papel de 33 linhas em cada lauda; quantas folhas escreveu?—Resp. 131

70—Maria recebeu 30$000 de seu pae e 80$000 de sua madrinha: gastou 45$600 e dividiu o resto com sua irmã; com quanto ficou cada uma?—Resp. 32$200.

71—Joanna comprou 600 ovos á 14$000 o cento; a como sahiu cada duzia?—Resp. 1$680.

DIVISÕES SUCCESSIVAS

Divisões successivas são as que formam uma serie de divisões em que o quociente de cada uma é o dividendo da seguinte. Assim:

$240 \div 21 = 20 \div 3 = 40 \div 5 = 8$, são divisões successivas.

As divisões successivas são empregadas em diversos casos dos quaes nos occuparemos opportunamente, taes como: na divisão por cancellamento, na simplificação das fracções, na decomposição dos numeros em factores primos, etc.

As divisões successivas podem ser reduzidas a uma só divisão commum pela regra seguinte:

REGRA—Multiplicam-se todos os divisores entre si e divide-se o dividendo pelo producto achado.

EXEMPLOS

1.º modo

$120 \div 2 \div 3 \div 4$

Dividindo-se o dividendo 120 por 2 acharemos:

$120 \div 2 = 60$

Dividindo o quociente 60 por 3, teremos:

$60 \div 3 = 20$

Dividindo 20 por 4, resultará:

$20 \div 4 = 5$

Sendo 5 o resultado final das divisões successivas.

2.º modo

$120 \div 2 \div 3 \div 4$

Multiplicando-se entre si, todos os divisores 2, 3 e 4, teremos:

$2 \times 3 \times 4 = 24$

Dividindo-se então, o dividendo 120 pelo producto 24, resultará:

$120 \div 24 = 5$

Sendo 5 o quociente, igual ao encontrado pelas divisões successivas.

PROBLEMAS

72—Um individuo morreu e deixou 90:000$000 para serem assim distribuidos: metade para sua esposa, um terço da metade restante para seu sobrinho, um quinto do que este recebesse para seu criado e o resto para os pobres; quanto coube aos pobres?—Resp. 27:000$000.

73—Anna e Maria receberam 240 mangas para as duas; Maria distribuiu as suas por seus 3 filhos e cada filho fez com as que lhe coube 4 embrulhos iguaes; quantas tinha em cada embrulho?—Resp. 10.

PROPRIEDADES DA DIVISÃO

Na divisão devemos considerar duas propriedades.

1.ª propriedade—Em uma divisão exacta o dividendo é igual ao producto do divisor multiplicado pelo quociente.

EXEMPLOS

$12 \div 4 = 3$ ou $\frac{12}{4} = 3$

Se, de accordo com a propriedade, multiplicarmos o quociente 3, pelo divisor 4, o producto será igual ao dividendo 12.

$3 \times 4 = 12$

$8 \div 4 = 2$ ou $\frac{8}{4} = 2$

Se, de accordo com a propriedade, multiplicarmos o quociente 2, pelo divisor 4, o resultado será igual ao dividendo 8

$2 \times 4 = 8$

Desta propriedade podemos deduzir a seguinte regra:

REGRA—O dividendo desconhecido é igual ao quociente multiplicado pelo divisor.

EXEMPLOS

$\frac{x}{4} = 3$

Applicando-se a regra que o dividendo desconhecido x é igual ao quociente 3 multiplicado pelo divisor 4, teremos:

$x = 3 \times 4$ ou $x = 12$

Substituindo, no exemplo dado, x pelo seu valor 12, resultará:

$\frac{12}{4} = 3$

$\frac{x}{5} = 6$

Applicando-se a regra que o dividendo desconhecido x é igual ao quociente 6 multiplicado pelo divisor 5, teremos:

$x = 6 \times 5$ ou $x = 30$

Substituindo, no exemplo dado, x pelo seu valor 30, resultará:

$\frac{30}{5} = 6$

EXERCICIOS

$\frac{x}{8} = 5$ Resp. $x = ?$ ‖ $\frac{x}{3} = 12$ Resp. $x = ?$ ‖ $\frac{x}{5} = 12$ Resp. $x = ?$

Baseados nesta propriedade poderemos resolver todos os problemas que lhe estejam subordinados.

EXEMPLO

Problema — *Luiz distribuiu por 8 collegas, todos os doces que recebeu, dando 6 a cada um; quantos doces recebeu Luiz?*

MENTAL

Se Luiz deu a 8 collegas seus, 6 doces a cada um, é claro que se repetirmos 6 doces 8 vezes acharemos o numero de doces que Luiz recebeu.

$6 \times 8 = 48$

Este numero 48, responderá ao problema:

Luiz recebeu 48 doces.

GRAPHICO

Representando-se por x o numero desconhecido dos doces que Luiz recebeu e sabendo-se que este numero dividido por 8 dá para resultado 6, teremos:

$\frac{x}{8} = 6$

E, como o dividendo desconhecido é igual ao quociente multiplicado pelo divisor, resultará:

$x = 6 \times 8$ ou $x = 48$

PROBLEMAS (*)

74 — Qual o numero que dividido por 5 é igual a 40?—Resp. 200.

75 — Pedro possuia uma certa quantia que gastou em 9 dias, despendendo 5$500 por dia; que quantia possuia Pedro?—Resp. 49$500.

76 — João comprou uma porção de livros e collocou-os nas 6 prateleiras de sua estante, ficando 9 livros em cada uma; quantos foram os livros comprados?—Resp. 54.

77 — Manoel possuia uma certa quantidade de brinquedos, que vendendo-os a 2$000 cada um, apurou 86$000; quantos brinquedos Manoel vendeu?—Resp. 43.

78 — Qual o numero que dividido por 23 é igual a 32?—Resp. 736.

79 — Pedro recebeu uma certa importancia para distribuir por 24 pobres á razão de 5$400 a cada um; que quantia Pedro recebeu?—Resp. 129$600.

80 — Se um certo numero for dividido por 15 o quociente será igual a 92; qual o numero?—Resp. 1380.

(*)—Conforme, já dissemos em notas anteriores, estes problemas deverão servir, apenas, de norma para o professor organizar outros semelhantes.

2.ª **Propriedade**—Em uma divisão qualquer o divisor é igual ao dividendo dividido pelo quociente.

EXEMPLOS

$$\frac{12}{3} = 4$$

Se, de accordo com a propriedade, dividirmos o dividendo 12, pelo quociente 4, acharemos para resultado o divisor 3

$$12 \div 4 = 3$$

$$\frac{18}{9} = 2$$

Se, de accordo com a propriedade, dividirmos o dividendo 18, pelo quociente 2, acharemos para resultado o divisor 9

$$12 \div 2 = 9$$

Desta propriedade podemos deduzir a seguinte:

REGRA—O divisor desconhecido é igual ao dividendo dividido pelo quociente.

Representando por x o divisor desconhecido, teremos:

EXEMPLOS

$$8 \div x \text{ ou } \frac{8}{x} = 4$$

Applicando-se a regra que o divisor desconhecido x, é igual ao dividendo dividido pelo quociente 4, teremos:

$$x = \frac{8}{4} \text{ ou } x = 2$$

Substituindo, no exemplo dado, x pelo seu valor 2, resultará

$$8 \div 2 = 4$$

$$15 \div x \text{ ou } \frac{15}{x} = 3$$

Applicando-se a regra, que o divisor desconhecido x, é igual ao dividendo 15, dividido pelo quociente 3, teremos:

$$x = \frac{15}{3} \text{ ou } x = 5$$

Substituindo, no exemplo dado, x pelo seu valor, 5, resultará

$$15 \div 5 = 3$$

EXERCICIOS

$\frac{18}{x} = 6$ ou $x = ?$ $\frac{18}{x} = 9$ ou $x = ?$ $\frac{21}{x} = 7$ ou $x = ?$

$\frac{24}{x} = 3$ ou $x = ?$ $\frac{16}{x} = 4$ ou $x = ?$ $\frac{20}{x} = 5$ ou $x = ?$

Baseados nesta propriedade poderemos resolver todos os problemas que lhe estejam subordinados.

EXEMPLOS

Problema—*De quantas caixas precisaremos para distribuir 160 pennas, collocando 32 pennas em cada caixa?*

MENTAL

Se temos 160 pennas para collocarmos 32 em cada caixa, é claro que precisaremos de um numero de caixas, igual ao numeros de vezes que 32 estiver contido em 160.

E, como 160÷32=5, este numero 5, responderá ao problema.

São precisas 5 caixas.

GRAPHICO

Representando por x o numero desconhecido de caixas e sabendo-se que as 160 pennas divididas por este numero dará para resultado 32, teremos:

$$\frac{160}{x} = 32$$

E, como o divisor é igual ao dividendo dividido pelo quociente resultará:

$$x = 160 \div 32 \text{ ou } x = 5$$

PROBLEMAS (*)

81—Porque numero dividiremos 180 para acharmos 5 para quociente?—Resp. 36

82—Compramos os livros que precisavamos a 16$000 cada um e despendemos 96$000. Quantos livros compramos?—Resp. 6

83—Um viajante gastou 18 dias para andar 90 leguas. Quantas leguas andou por dia?—Resp. 5

84—Pedro comprou 18 bolas e guardou 6 em cada bolso. Quantos bolsos tem Pedro?—Resp. 3

85—Que numero dividirá 966 para achar-se 46?—Resp. 21

86—Julia tinha 700 amendoas e queria presentear a alguns collegas, dando 20 a cada um; quantos collegas Julia presenteária?—Resp. 35

87—Por qual numero se deverá dividir 1445 para achar-se 17?—Resp. 85

(*)—Conforme a praxe já estabelecida em nossas notas passadas estes exemplos, deverão servir, apenas, de norma, para serem organisados outros semelhantes, visto como em breve estarão sabidos e decorados, o que será de absoluta inconveniencia para o adiantamento dos alumnos.

FORMAÇÃO DA METADE, TERÇA, QUARTA PARTES ETC., DOS NUMEROS

A metade do numero representa o numero dividido em duas partes ou duas vezes menor.

A terça parte do numero representa o numero dividido em 3 partes ou 3 vezes menor.

A quarta parte do numero representa o numero dividido em 4 partes ou 4 vezes menor.

Como dividir um numero em duas, tres, quatro partes etc., é o mesmo que dividil-o, respectivamente por 2, 3, 4, etc., segue-se que para formar a metade a terça, a quarta parte etc. dos numeros basta dividil-o respectivemente por 2, 3, 4, etc.

EXEMPLO

A metade de 8 é 4 porque $4 = 8 \div 2$
" " de 6 é 3 " $6 = 3 \div 2$
A terça parte de 12 é 4 " $4 = 12 \div 3$
" " " de 15 é 5 " $5 = 15 \div 3$
A quarta parte " 8 é 2 " $2 = 8 \div 4$

Para representar a metade, a terça, a quarta parte etc., dos numeros não se usa do signal de dividir ($\div$) para indicar a sua divisão por 2, 3, 4, etc. A divisão é indicada em forma de fracção ordinaria tendo para numerador o numero e para denominador o seu respectivo divisor.

EXEMPLO

$\frac{4}{2}$ é a metade de 4 porque representa $4 \div 2$
$\frac{6}{3}$ é a terça parte de 6 porque representa $6 \div 3$
$\frac{8}{4}$ é a quarta parte de 8 porque representa $8 \div 4$

Do mesmo modo que podemos representar a metade, a terça, a quarta parte etc. de um numero conhecido qualquer, tambem podemos representar a metade, a terça parte etc. de um numero ou de uma quantidade desconhecida representada por x. Assim,

EXEMPLO

A metade de um numero desconhecido
A — — uma quant. desconhecida
A — — — idade desconhecida
A — — um valor desconhecido
} Será representado por $\frac{x}{2}$

A terça parte de um numero desconhecido
A — — — uma quant. desconhecida
A — — — — idade —
A — — — um valor —
} Será representado por $\frac{x}{3}$

EXEMPLOS

Problema—*A metade da idade de Paulo é igual a 22 annos. Quantos annos tem Paulo?*

MENTAL

Se a metade da idade de Paulo são 22 annos, é claro que se tomarmos duas vezes esta metade teremos a idade de Paulo completa, e será:

$22 + 22 = 44$ ou $22 \times 2 = 44$

Respondendo, então, ao problema:

Paulo tem 44 annos

GRAPHICO

Representando a idade desconhecida por x e sabendo-se que a metade desta idade é igual a 22, teremos:

$$\frac{x}{2} = 22$$

E como o dividendo é igual ao quociente multiplicado pelo divisor, resultará:

$x = 22 \times 2$ ou $x = 44$

PROBLEMAS (*)

88—Luiz entregou 6 lapis a Pedro, dizendo ser a terça parte dos que possuia; quantos lapis tinha Luiz? —Resp. 18

89—Um pae tem 48 annos e verificou que a idade do seu filho é a quarta parte da sua; que idade tem o filho? —Resp. 12

90—Felix precisava de 42$000 para um certo negocio e Manoel para satisfazel-o deu-lhe a metade do que possuia; que quantia possuia Manoel? —Resp. 84$000

(*)—O professor organisará outros problemas semelhantes aos nossos e quando considerar os seus alumnos já habituados neste primeiro periodo de nossas noções, dar-lhes-ha exercicios sobre toda a materia estudada. Para estes problemas daremos adiante alguns exemplos.

PROBLEMAS SOBRE AS OPERAÇÕES FUNDAMENTAES

91—Se ao dobro da idade de Paulo sommassemos mais 6 annos, elle ficaria com 36 annos. Que idade tem Paulo?

Graphando o problema teremos .... $2x+6=36$

Applicando a propriedade que se refere á parcella desconhecida, será .... $2x=36-6$ ou $2x=30$

Applicando a propriedade que se refere ao factor desconhecido, resultará .... $x=\frac{30}{2}$ ou $x=15$

92—Se do triplo dos figos que Julia tem, subtrahissemos 10 ella ficaria com 80. Quantos figos tem Julia?

Graphando o problema teremos: $3x-10=80$

Resolvendo com applicação das propriedades que se referem ao subtrahendo e factor desconhecido, chegaremos a este resultado.............. $x=30$

93—Um numero sommado com 20, é igual á seu triplo Qual este numero?

Graphando teremos.............. $x+20=3x$

Resolvido resultará.............. $x=10$

94—Se de trinta subtrahirmos um certo numero, acharemos o dobro deste numero. Qual o numero?

Graphando-se e resolvendo-se o problema, teremos .... $x=10$

95—Um certo numero sommado com o seu dobro e o seu triplo é igual a 90. Qual é o numero?—Resp. 15

96—Se Pedro juntasse ao dobro do dinheiro que tem mais 18$000, ficaria com 46$000. Quanto tem Pedro?—Resp. 14$000

97—Como se poderá dividir 48 maçãs em duas partes, de forma que uma tenha o dobro da outra?—Resp. 16 e 32

98—Entre os 1200 operarios de uma fabrica haviam duas vezes mais homens que mulheres. Quantos eram os homens e quantas as mulheres?—Resp. 800 homens e 400 mulheres.

99—Se das 195 laranjas que temos, vendessemos algumas, ficariamos com o dobro das vendidas. Quantas laranjas vendemos?—Resp. 65

100—Como se poderá dividir 360$000 por 3 pessoas, recebendo a segunda o dobro da primeira, e a terceira o triplo da segunda? - Resp. 40$000, 80$000 e 240$000

101—Para um certo negocio, Pedro, João e Manoel, reuniram um capital de 2:400$000; João entregou o dobro do que deu a Pedro; e Manoel entrou com 3 vezes a differença entre as entradas de Pedro e João. Com quanto entrou cada um?—Resp. 400$, 800$ e 1:200$

102—Cinco vezes a somma de um certo numero com 8 é igual a 110. Qual esse numero?—Resp. 14

103—Se reunirmos a um numero 3 vezes a sua differença sobre 4, acharemos 16. Qual o numero?—Resp. 7

104—20 é a somma de duas parcellas; sendo a segunda igual ao dobro da differença entre a primeira e o numero 2; quaes as parcellas?—Resp. 8 e 12

105—Se multiplicarmos por 3 a somma de um numero com o seu dobro e do producto subtrahirmos 9, acharemos 72. Qual o numero?—Resp. 9

106—O dobro da differença entre o numero 6 e a idade de Maria é igual a 24; que idade tem Maria?—Resp. 18

107—Pedro plantou em seu sitio 36 arvores, sendo duas vezes mais laranjeiras do que mangueiras; e tres vezes mais bananeiras que laranjeiras. Quantas as mangueiras, as laranjeiras e as bananeiras plantadas por Pedro?—Resp. 4, 8 e 24

108—Qual é o numero que sommado com o seu dobro e o triplo é igual a 102?—Resp. 17

109—O dobro da somma de dois numero é igual a 128 sendo o segundo o triplo do primeiro; quaes são os numeros?—Resp. 16 e 48

110—Um amigo disse a outro; Eu tenho o dobro da tua idade, e o triplo da differença entre a minha idade e a tua é 63; qual a idade de cada um?—Resp. 21 e 42

111—De Belém sahiram 2 trens para Bragança; o primeiro a 1 hora, andando 25 kilometros por hora, o segundo ás 3 horas 30 kilometros por hora; depois de quantas horas se encontrarão?—Resp. 10 horas

112—Um pae comprou 144 metros de fazenda e mandou dividir por suas tres filhas, de modo que a segunda tivesse o dobro

e a terceira o triplo da primeira; quantos metros de fazenda recebeu cada uma? — Resp. 24, 48 e 72.

113—Em uma cidade onde haviam 450 eleitores um candidato venc u o outro por 132 voto; quantos votos obteve cada um?—Resp. 159 e 291

114—A somma de dois numero é 233 e a sua differença é 43; quaes são os numeros?—Resp 138 e 95

Complementos dos numeros

Complemento de um numero é o que falta a este numero para completar uma unidade de ordem immediatamente superior. Assim:

O complemento de 8 é 2 porque 2 é o que falta a 8 para completar 10.

O complemento de 85 é 15 porque 15 é o que falta a 85 para completar 100; e assim por diante.

Para achar-se o complemento de um numero observa-se a regra seguinte:

REGRA—Escreve-se á direita do algarismo 1, tantos zeros quantos forem os algarismos do numero dado, e do numero assim formado subtrahe-se o mesmo numero dado. O resto será o complemento procurado.

EXEMPLO

Achar o complemento do numero 853:

Escrevendo-se á direita do algarismo 1, tres zeros por serem os tres algarismos do numero dado (853) teremos..................	1000
Subtrahindo-se do numero 1000 o numero dado (853) resultará..................	1000—853=147
Sendo 147 o complemento procurado porque é o que falta a 853 para completar 1000.	

EXERCICIOS

Achar os complementos dos numeros:

915	86	426	93	1249	5
352	75	652	61	1628	16

Igualdade e Equação

Igualdade—*é a expressão de duas quantidades do mesmo valor separados pelo signal de igualdade* (=).

Quando na igualdade entra alguma quantidade desconhecida, representada, portanto, pela letra x, ella toma o nome de *Equação.*

Equação—*é propriamente uma igualdade em que entra alguma quantidade desconhecida, representada pela letra x.*

Havendo, portanto, perfeita analogia entre a *igualdade* e a *equação*, dellas trataremos, conjunctamente não só para melhor comprehensão de nosso methodo como para deixar bem conhecido, que ambas obedecem ás mesmas regras e ás mesmas transformações.

Em uma *igualdade*, do mesmo modo que em uma *equação*, a quantidade que fica antes do signal de igualdade (=), chama-se **Primeiro Membro**; e a quantidade que fica depois do signal, chama-se **Segundo Membro**.

EXEMPLOS

NA IGUALDADE	NA EQUAÇÃO
$4+5=3+6$	$x+4=6+3$
A quantidade 4+5 é o *primeiro membro*; e a quantidade 6+3 é o *segundo membro.*	A quantidade $x+4$ é o *primeiro membro*; e a quantidade 6+3 é o *segundo membro.*

Cada membro de uma *igualdade* ou de uma *equação* pode ser constituido por uma só, ou por muitas partes, tomando cada uma dellas o nome de **Termo**.

EXEMPLO

NA IGUALDADE	NA EQUAÇÃO
$5+4=6+3$	$x+4=6+3$
Os numeros 4 e 5 são *termos* do primeiro membro, e 6 e 3 são *termos* do segundo membro.	A letra x e o numero 4 são *termos* do primeiro membro, e os numeros 6 e 3 são *termos* do segundo membro.

Se multiplicarmos todos os termos, em ambos os membros, por 5, por exemplo, ficará:

$$(4\times5)+(5\times5)=(9\times5)$$

sem alterar a igualdade de seus membros, porque resolvida, resultará:

$$20+25=45$$

Se multiplicarmos todos os termos pelo numero 2, por exemplo, ficará:

$$(x\times2)+(5\times2)=(7\times2)$$

sem alterar a igualdade de seus membros, porque resolvida, resultará:

$$2x+10=14$$
$$\text{ou } 4+10=14$$

4.º — *Uma igualdade ou uma equação não se altera, quando se divide todos os termos, em ambos os membros, pelo mesmo numero.*

EXEMPLOS

NA IGUALDADE:

$$4+6=10$$

Se dividirmos todos os termos, pelo numero de 2, por exemplo, ficará:

$$(4\div2)+(6\div2)=(10\div2)$$

sem alterar a igualdade de seus membros, porque resolvida, resultará:

$$2+3=5$$

NA EQUAÇÃO:

$$4x+8=28$$

Se dividirmos todos os termos, pelo numero 2, por exemplo, ficará:

$$(4x\div2)+(8\div2)=(28\div2)$$

sem alterar a igualdade de seus membros, porque resolvida, resultará:

$$2x+4=14 \text{ ou } 10+4=14$$

5.º — *Uma igualdade ou uma equação não se altera quando se troca a ordem de seus membros.*

EXEMPLOS

NA IGUALDADE:

$$4+5=6+3$$

Se trocarmos a ordem dos membros, ficará:

$$6+3=4+5$$

sem que tenha alterado a igualdade de seus membros, porque qualquer dellas, resolvidas, resultará:

$$9=9$$

NA EQUAÇÃO:

$$x+3=6+2$$

Se trocarmos a ordem dos membros, ficará:

$$6+2=x+3$$

sem que tenha alterado a igualdade de seus membros, porque qualquer d'ellas, dará o mesmo resultado:

$$8=8$$

6.º *Uma igualdade ou uma equação não se altera quando se troca a ordem dos termos, em um ou em ambos os membros.*

EXEMPLOS

NA IGUALDADE

$$4+5=6+3$$

Se trocarmos a ordem dos termos em ambos os membros, ficará:

$$5+4=3+6$$

sem ter alterado a igualdode dos membros, qué em qualquer dos casos será:

$$9=9$$

NA EQUAÇÃO

$$x+3=6+2$$

Se trocarmos a ordem dos termos em cada membro, ficará:

$$3+x=2+6$$

sem alterar a igualdade dos membros, porque em qualquer dos casos será:

$$8=8$$

7.º — *Uma igualdade ou uma equação não se altera quando se passa um ou mais termos de um membro para o outro, desde que troque-se os signaes +, para — e — para +, dos termos que mudarem de membro.*

EXEMPLOS

NA IGUALDADE

$$3+4=9-2$$

Passando o termo 4, que tem no primeiro membro o signal + para o segundo membro com o signal —; e o termo 2, que tem no segundo membro o signal —, para o primeiro membro com o signal +, teremos:

$$3+2=9-4$$

Sem que tenha alterado a igualdade de seus membros, porque resolvida resultará:

$$5=5$$

NA EQUAÇÃO

$$x+3x-4=2x+6$$

Passando o termo $2x$, que está no segundo membro com o signal mais +, para o primeiro com o signal —; e o termo 4 que está no primeiro membro com o signal —, para o segundo com o signal +, teremos:

$$x+3x-2x=6+4$$

Sem que tenha alterado a igualdade de seus membros, porque resolvida, acharemos $x=5$, o que resultará:

$$5=5$$

Estes sete casos de transformação das igualdades ou equações sem alteração da igualdade de seus membros, poderão ficar reduzidos aos tres seguintes:

1.º — Uma *igualdade* ou uma *equação* não se altera, quando se pratica a mesma operação em ambos os membros.

2.º—Uma *igualdade* ou uma *equação* não se altera, quando se troca a ordem de seus membros, ou a ordem dos termos em cada membro.

3.º—Uma *igualdade* ou uma *equação* não se altera, quando se passa termos de um membro para outro, desde que se troque os signaes dos termos que mudarem de membro.

Este 3.º caso é o mais necessario e o mais empregado na resolução dos problemas pelas equações algebrica, porque não se podendo sommar quantidades conhecidas com quantidades desconhecidas, é necessario mudal-as quasi sempre de membros, para que as conhecidas fiquem todas em um membro e as desconhecidas no outro, poder-se então effectuar-se as operações.

A esta transformação chama-se *Transpor*, (*)

EXEMPLO

Transpor a equação: $4x+2-x=9+x+3$

Passando o termo x, que está no segundo membro com o signal +, para o primeiro membro com o signal -; e o termo 2, que está no primeiro membro com o signal + para o segundo membro com o signal —, teremos.. $4x-x-x=9+3-2$

Que effectuando-se as operações ficará...... $2x=10$ ou $x=5$

EXERCICIOS

Transpor as equações:

$4x-8+3x+2=x+14$

$5x-4=2x+6$

$7x+4+5=3x+x+18$

$3x+4=x+3x$

$8-x+5=13-x$

$9x+4-8=5x+2x+6$

RESOLUÇÃO DE UMA IGUALDADE OU DE UMA EQUAÇÃO

A resolução de uma *igualdade* consiste em fazel-a passar por transformações que, sem alterar a igualdade de seus membros, simplifique-a até ao ponto de tornal-a *uma identidade* ou, pelo menos, até apresentar operações tão simples que, á primeira vista, se possa conhecer a igualdade de seus resultados.

(*) O professor deverá exercitar bastante os seus alumnos n'esta transformação, pois que terá de usar d'ella sempre que tiver de resolver um problema pelas equações algebricas.

As transformações empregadas para simplificar-se uma igualdade até tornal-a em identidade, são as seguintes:

1.ª—Eliminar parenthesis quando houver.
2.ª—Eliminar os denominadores dos termos fraccionarios.
3.ª—Effectuar as operações indicadas em cada membro.

A resolução de uma equação consiste em fazel-a passar por transformações, que sem alterar a igualdade de seus membros, a simplifique até encontrar-se o valor do termo desconhecido representado por x.

As transformações empregadas para simplificar uma equação até encontrar-se o valor desconhecido, são as seguintes:

1.ª—Eliminar os parenthesis quando houver.
2.ª—Eliminar os denominadores dos termos fraccionarios.
3.ª—Transpor os termos conhecidos para um membro e os desconhecidos para o outro.
4.ª—Effectuar as operações indicadas.
5.ª—Achar o valor de x.

ELIMINAÇÃO DOS PARENTHESIS

Para eliminação de parenthesis em uma *igualdade* ou em uma *equação* applicam-se as regras já conhecidas e em logar d'elles escrevem-se os resultados encontrados.

EXELPLOS

NA IGUALDADE

$2(4+5)-3=2(8-3)+5$

Vê-se no primeiro membro o numero 2 para multiplicar-se pelo parenthesis (4+5) mostrando o caso da multiplicação de um numero por uma somma, que applicando-se a regra será:

$8+10-3=2(8-3)+5$

No segundo membro vê-se o numero 2 para multiplicar-se pe-

NA, EQUAÇÃO

$x(3+4)-2(5-3)+10$

Vê-se no primeiro membro o factor x para multiplicar o parenthesis (3+4) mostrando o caso da multiplicação de um numero por uma somma; e applicando-se a respectiva regra, virá:

$3x+4x=2(5-3)+10$

No segundo membro vê-se o factor 2. para multiplicar pelo parenthesis (5—3) mostrando o caso da multiplicação de um

lo parenthesis (8—3) mostrando o caso da multiplicação de um numero por uma differença e que applicando-se a regra, resultará:

$$8+10-3=16-6+5$$

A igualdade ficará assim desembaraçada dos parenthesis, e resolvida, dará a identidade

$$15=15$$

numero por uma differença; e applicando-se a respectiva regra, teremos:

$$8x+4x=10-6+10$$

Effectuando-se as operações indicadas, em cada membro, resultará:

$$7x=14$$

Tirando o valor de x, pela propriedade referente ao factor desconhecido teremos:

$$x=\frac{14}{7} \quad \text{ou} \quad x=2$$

EXERCICIOS

$$2(8-3)=3(4-2)+6$$
$$4(3+2)=2(8-5)+14$$
$$2x(8-3)=4(5+4)+14$$
$$4(x-1)=2(5-4)+5$$
$$5(x+4)=8(6+2)-14$$
$$x(2+5)=2(5-2)+15$$

ELIMINAÇÃO DOS DENOMINADORES (*)

Para eliminar-se denominadores em fracções ordinarias, dando-lhes as formas de numeros inteiros, segue-se a regra seguinte:

REGRA — Procura-se o **m. m. c.** *dos denominadores e multiplica-se este* **m. m. c.** *pelos numeradores das fracções, dividindo-se, depois, cada producto pelo respectivo denominador.*

EXEMPLO

Transformar em inteiros as fracções $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$

Procurando-se o m. m. c. dos denominadore 4, 3 e 6, acharemos 12

(*) Tendo em vista que os alumnos já têm conhecimento das fracções ordinarias pelo estudo feito no curso elementar, resolvemos tratar desde já da eliminação dos denominadores nas equações fraccionarias, afim de que fique completo o estudo sobre igualdades e equações.

Multiplicando-se então, por 12, o numerador 3, da primeira fracção e dividindo-se o producto pelo respectivo denominador 4, teremos .... $\frac{3\times12}{4}=\frac{36}{4}=9$

Procedendo-se do mesmo modo com a segunda fracção, resultará .... $\frac{2\times12}{3}=\frac{24}{3}=8$

Praticando-se identicamente com a terceira fracção, resultará .... $\frac{5\times12}{6}=\frac{60}{6}=10$

Os resultados 9, 8 e 10 são os inteiros procurados, cujos valores são 12 vezes maiores que os das respectivas fracções transformadas.

EXERCICIOS

Transformar em inteiros as seguintes fracções:

$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$ ‖ $\frac{4}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{6}$ ‖ $\frac{2}{3}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{4}{6}$

$\frac{5}{7}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{8}{3}$ ‖ $\frac{3}{15}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{5}$ ‖ $\frac{3}{8}$ $\frac{9}{12}$ $\frac{5}{6}$

Pela mesma regra serão transformadas em quantidades inteiras, as fracções que representem quantidades desconhecidas.

EXEMPLO

Transformar em quantidades inteiras as fracções: $\frac{5x}{3}$ $\frac{2x}{12}$ $\frac{3x}{4}$

Procurando-se o m. m. c. dos denominadores 3, 12 e 4, acharemos 12.

Multiplicando-se, então, por 12, o numerador $5x$ da primeira fracção e dividindo-se o producto pelo respectivo denominador, 3, teremos......... $\frac{5x\times12}{3}=\frac{60x}{3}=20x$

Procedendo-se do mesmo modo com a segunda fracção, virá .... $\frac{2x\times12}{12}=\frac{24x}{12}=2x$

Praticando-se, identicamente, com a terceira fracção, resultará .... $\frac{3x\times12}{4}=\frac{36x}{4}=9x$

Os resultados $20x$, $2x$ e $8x$ serão as quantidades inteiras procuradas cujos valores são 12 vezes maiores que os das respectivas fracções transformadas.

EXERCICIOS

Transformar em quantidades inteiras as fracções:

$\frac{9x}{4}$	$\frac{5x}{2}$	$\frac{3x}{2}$	$\frac{7x}{5}$	$\frac{x}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{x}{2}$	$\frac{2x}{4x}$	$\frac{5x}{6}$
$\frac{x}{3}$	$\frac{3x}{4}$	$\frac{6x}{8}$	$\frac{9x}{18}$	$\frac{2x}{3}$	$\frac{8x}{9}$	$\frac{3x}{3}$	$\frac{6x}{8}$	$\frac{9x}{12}$

Quando as fracções a serem transformadas em inteiros, estão encerradas entre parenthesis, representando uma somma ou uma differença, antes de serem transformadas, dever-se-á eliminar os parenthesis pelas regras já conhecidas.

EXEMPLOS

Transformar as fracções em numeros inteiros

$$2\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)$$

Eliminando os parenthesis pela regra da multiplicação de um numero por uma somma, teremos:

$$\frac{6}{4}+\frac{2}{2}$$

Reduzindo, então, as fracções em inteiros pelas regras já conhecidos, resultará:

$$6+4$$

Sendo os numeros 6 e 4 os inteiros procurados.

Transformanr em inteiros as fracções:

$$3\left(\frac{x}{3}+\frac{2x}{3}\right)$$

Eliminando os parenthesis pela regra da multiplicação de um numero por uma somma, teremos:

$$\frac{3x}{3}+\frac{6x}{2}$$

Reduzindo, então, as fracções em quantidades inteiras, resultará:

$$6x+18x$$

Sendo $6x$ · $18x$ as quantidades procuradas.

EXERCICIOS

Transformar as fracções em inteiros

$$2\left(\frac{x}{4}+\frac{3x}{6}\right) \qquad 5\left(\frac{3x}{2}+\frac{4}{6}+\frac{2x}{4}\right)$$

$$3\left(\frac{5}{8}-\frac{2x}{5}\right) \qquad 4\left(\frac{5}{6}+\frac{x}{3}+\frac{4x}{2}\right)$$

O processo pelo qual se transforma em quantidades inteiras as fracções de uma expressão arithmetica qualquer, chama-se:— *inteirar a expressão.*

Tomando por base que uma igualdade ou uma equação não se altera quando se multiplica todos os termos, de ambos os membros, pelo mesmo numero, podemos adoptar, para a eliminação dos denominadores a regra seguinte:

REGRA— Procura-se o m. m. c. dos denominadores dos termos fraccionarios e multiplicam-se todos os termos de ambos os membros, pelo m. m. c. achado.

EXEMPLOS

NA IGUALDADE

$$\frac{3}{4}+5=6-\frac{8}{2}$$

Procurando o m. m. c. dos denominadores 4 e 8 acharemos 8.

Multiplicando-se por, 8 todos os termos do primeiro membro da igualdade, teremos:

$$\frac{3\times 8}{4}+(5\times 8)=$$

ficando assim o primeiro membro

$$6+40=$$

Multiplicando-se depois, pelo mesmo numero 8, todos os termos do segundo membro, teremos:

$$(6\times 8)-\frac{2\times 8}{8}$$

ficando assim o segundo membro

$$=48-2$$

Escrevendo-se então a nova igualdade com os resultados encontrados, resultará:

$$6+40=48-2$$

ou seja

$$46=46$$

NA EQUAÇÃO

$$\frac{x}{3}+2=\frac{6}{2}+1$$

Procurando-se o m. m. c. dos denominadores 3 e 2 acharemos 6.

Multiplicando-se por 6, todos os termos do primeiro membro, teremos:

$$\frac{x\times 6}{3}+(2\times 6)=$$

ficando assim o primeiro membro

$$2x+12=$$

Multiplicando-se pelo mesmo numero 6, todos os termos do segundo membro, teremos:

$$=\frac{6\times 6}{2}+(1\times 6)$$

ficando assim o segundo membro

$$=18+6$$

Escrevendo-se, então, a nova igualdade com os resultados encontrados, resultará:

$$2x+12=18+6$$

ou seja $2x=18+6-12$

ou ainda $2x=12$ ou $x=6$.

EXERCICIOS

$$\frac{2x}{2}+\frac{3}{4}=\frac{3x}{3}+\frac{1}{4} \qquad \frac{3x}{4}+\frac{1}{12}=\frac{8}{3}-\frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=\frac{1}{6}+\frac{2x}{3} \qquad \frac{2}{4}+\frac{x}{3}=\frac{2x}{6}+\frac{1}{2}$$

EFFECTUAR AS OPERAÇÕES INDICADAS

Para se effectuar as operações indicadas em uma igualdade segue-se a regra seguinte:

REGRA—Em cada membro, por sua vez, sommam-se todos os termos antecedidos pelo signal mais + e, separadamente, todos os termos precedidos pelo signal menos —, e escreve-se o segundo resultado depois do primeiro, separados pelo signal —

EXEMPLO

$$4+3-2+5-4=3-4+8-1$$

Sommando-se, no primeiro membro, todos os termos antecedidos pelo signal mais (+) teremos.......... $4+3+5=12$

Sommando-se em seguida, no mesmo primeiro membro, todos os termos precedidos pelo signal menos (—) teremos.......... $-2-4=-6$

Escrevendo-se o segundo resultado, 6, depois do primeiro resultado, 12, separados pelo signal —, ficará assim o primeiro membro. $12-6$

Procedendo-se do mesmo modo no segundo membro, teremos.......... $11-5$

Resultando então a igualdade.......... $12-6=11-5$

ou seja.......... $6=6$

Para effectuar-se as operações indicadas em uma equação, e não se podendo sommar ou subtrahir quantidades hecterogeneas, é necessario em primeiro logar transpor-se a equação, fazendo passar, pelas regras já estudadas, todos os termos desconhecidos para um membro e os conhecidos para outro.

EXEMPLO

$$6x+3+2-4=x+5-2x+31$$

Transpondo todos os termos desconhecidos para o primeiro membro, trocando os signaes dos que mudarem de membro, teremos.......... $6x+3+2-4-x+2x=5+31$

Passando depois todos os termos conhecidos para o segundo membro, trocando os signaes dos que mudarem de membro, teremos $6x-x+2x=5+31-3-2+4$

Effectuando então as operações virá.......... $7x=35$ ou $x=5$

RESOLUÇÃO DA IGUALDADE OU EQUAÇÃO

Uma igualdade ou equação para ser resolvida poderá apresentar-se em sua forma simples, isto é, com todos os seus termos inteiros, e sem operação com parenthesis; ou pode apresentar-se com embaraços, contendo termos fraccionarios ou operações com parenthesis ou mesmo com uma cousa e outra.

Passamos a dar um exemplo de cada especie.

EQUAÇÕES SIMPLES

EXEMPLO

$$5x+5-x=2x-6+x+15$$

Transpondo para o primeiro membro todos os termos desconhecidos trocando os signaes dos termos 2x e x, que passam do segundo membro para o primeiro, teremos...... $5x+5-x-2x-x=-6+15$

Passando agora o termo conhecido 5, do primeiro membro para o segundo, com o signal trocado, ficará.......... $5x-x-2x-x=-6+15-5$

Effectuando as operações em ambos os membros, resultará...... $5x-4x=15-11$

ou seja.......... $x=4$